

PRESIDENCIA DE LA NACION
MINISTERIO DE ASUNTOS TECNICOS

METEOROS

SUMARIO

EDITORIAL	3
WERNER SCHWERTFEGER. — Aplicación de métodos objetivos a la previsión de lluvias, en Buenos Aires	7
EMILIO A. M. MACHADO y ADOLFO A. MARCHETTI. — El análisis secuencial y su aplicación a la hidrología	35
EMILIO VAN GOOL. — Comportamiento fenológico y fecha óptima de plantación de cuatro variedades de papa, en Balcarce	54
G. DEDEBANT y E. A. M. MACHADO. — Las funciones aleatorias (breve tratamiento teórico)	70
ARTÍCULOS BREVES: WERNER SCHWERTFEGER, Valoración de posibles observaciones meteorológicas en el Océano Pacífico, al oeste de Chile, para la previsión del tiempo en la Argentina	99
NOTAS Y COMENTARIOS: OTTO SCHNEIDER, Hacia un concepto integral de la geofísica	105
TEXTOS	108
CRÓNICA	112
ACTUALIDADES	118
RESEÑAS BIBLIOGRÁFICAS	119

REVISTA DE METEOROLOGIA Y GEOFISICA
PUBLICADA POR EL
SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL
BUENOS AIRES — (REPUBLICA ARGENTINA)

*M*ETEOROS, órgano de expresión científica del Servicio Meteorológico Nacional, se publica con el alto auspicio del Excmo. señor Presidente de la Nación, General Don Juan D. Perón, como contribución de la Nueva Argentina al progreso de la ciencia y la técnica en los campos especializados de la Meteorología y la Geofísica.

METEOROS

AÑO IV

N^{os.} 1-2

[Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page]

METEOROS

REVISTA TRIMESTRAL DE METEOROLOGIA Y GEOFISICA
DEL SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL. BUENOS AIRES



La responsabilidad por los artículos firmados corresponde a sus autores. La Dirección se reserva el derecho de aceptar originales y el de darles orden de publicación. La propiedad intelectual queda protegida por la ley 11.723. Reg. Prop. Int.: 347.584.

AÑO IV

ENERO-JUNIO 1954

Nºs. 1-2

MEDIO SIGLO DE ACTIVIDADES ANTÁRTICAS

A CABA de cumplirse el medio siglo de ejercicio de la soberanía argentina en la región que se adentra en el sector antártico, dominio que prolonga el ya ejercido desde antiguo sobre las islas Malvinas. Se caracteriza este dominio por hallarse vinculado a una ininterrumpida labor meteorológica, necesaria para el país y fecunda para la ciencia y la navegación marítima y aérea internacionales. Una pequeña casa de piedra tapizada interiormente de madera y adecuada a la reciedumbre del lugar, un conjunto de aparatos geofísicos y mucha fe en el progreso de la civilización bastaron para que el 22 de febrero de 1904 un núcleo de hombres, en nombre del Gobierno, izara el pabellón azul y blanco en la isla Laurie, Orcadas del Sur, dando carácter nacional a una etapa de sistemática observación atmosférica y geofísica. Hace pocas semanas, culminando la media centuria de esa interrogación de los elementos naturales, el Ministerio de Marina informó que la central meteorológica instalada en la base naval Melchior iniciaba el servicio de pronósticos del tiempo para satisfacer exigencias primordiales de la navegación austral. La carta del tiempo, preparada en el lugar, se irradia desde entonces a las 14. Y próximamente se multiplicará la recolección de datos con el aporte de las flotas balleneras.

La estación de Orcadas constituyó la base más remota en la primitiva red argentina continental y su funcionamiento sin interrupción ha

permitido a nuestro Servicio Meteorológico nutrir los registros de su "historia del tiempo y del clima" con cinco magníficas décadas de interés internacional, y apoyar la formulación del pronóstico diario en base a datos de esa significativa fuente, así como incorporar a sus archivos geofísicos amplias series geomagnéticas de incalculable valor. Débese este aporte a la pericia, la perseverancia y la absoluta honestidad científica de los cuatro centenares de hombres que en sucesivos equipos han venido relevándose en aquel paraje desde principios de siglo, donde algunos han dejado la vida, y de cada uno de los cuales quedará para siempre el nombre en los anales del organismo oficial y en la memoria de los argentinos, tanto más sensibles a los imperativos del deber cuanto más alta la empresa y más gloriosos los riesgos.

La vida en la región polar y subpolar, dentro del Sector de la Argentina, está ligada a la conciencia pública por numerosos actos, esencialmente de gobierno unos, inherentes a la típica función profesional civil y militar otros, muy personales los demás, pero todos penetrados de un profundo sentido de la solidaridad humana. El rescate, por ejemplo, de la expedición sueca de Nordenksjöld en 1903 por la corbeta "Uruguay", que desarbolada por los temporales pero vencedora de los hielos recaló en Buenos Aires en medio de la delirante acogida del pueblo congregado para testimoniar su admiración a los marinos argentinos, marcó la pauta de lo que habría de ser la colaboración de nuestra Armada de Guerra en el apoyo logístico y el relevo de personal de las Orcadas y otros puntos más australes que han ido ocupándose en esta progresiva trayectoria hacia el vértice polar. El Gobierno argentino ha proclamado nuestro derecho a una región que la historia con sus legados y la moderna geopolítica con sus previsiones fundadas en la justicia nos conceden irrevocablemente como propia. Y basta observar un esbozo topográfico de los primeros tiempos y compararlo con el último mapa, para saber cuánto se ha hecho. Ushuaia en nuestro litoral sureño, Orcadas del Sur en el Atlántico, y Bahía Luna, Decepción, Bahía Esperanza, Melchior, Almirante Brown, y Bahía Margarita con su base contigua General San Martín, en los prolegómenos del gran continente glacial, constituyen los vértices de un gran polígono de vida humana que se mantiene en convivencia diaria dentro de los límites determinados por el Sector Argentino. Pero no sólo el establecimiento de bases marítimas y terrestres, las labores meteorológicas, oceanográficas y mareográficas, geofísicas y astrofísicas, y los viajes de adiestramiento de comandos y tripulaciones, han dado resonancia a cosas y hombres de la región subpolar, sino muy especialmente lo han hecho los oportunos y episódicos vuelos de los navegantes aéreos de la Armada de

Guerra y de la Fuerza Aérea Argentina. El primer vuelo argentino en la Antártida lo realizó en febrero de 1942 un avión naval, explorando la Bahía de Dallman, el Canal Schollaert y el Estrecho de Gerlache. El 13 de octubre de 1947 fué memorable para el Douglas GT-1 de la Marina: partió del aeródromo Luis Piedrabuena, en territorio de Santa Cruz, y sobrevolando las islas Shetland, Snow, Sunt, Low y Decepción, dejó caer en el campamento naval de Melchior un tubo-mensaje con correspondencia y comunicaciones; a las 13.41 cruzó el círculo polar antártico, llegando a los 68 grados de latitud sud, y regresó al punto de partida el mismo día a las 20.15. Asimismo, es fecha de recordar el 7 de febrero de 1952 en que dos aviones anfibios de la Armada partieron de Tierra del Fuego, atravesaron el bravío Mar de Drake y, en vuelo difícil, sin visibilidad, acuatizaron en la isla Decepción; reanudado el rumbo al día siguiente, cruzaron el círculo polar alcanzando los 69 grados de latitud sur, y desde tan lejano ámbito, reabasteciéndose en Río Gallegos, llegaron al metropolitano aeroparque de nuestra ciudad de Buenos Aires, a las 22.30. La Fuerza Aérea de Tareas Antárticas, órgano dependiente del Ministerio de Aeronáutica, también ha contribuído a afianzar la conciencia del deber y del heroísmo en la región polar. Con base en Río Gallegos, se mantiene alerta en la zona austral a través de sus tres grupos funcionales. Coordina su labor con las bases de la Armada y el Ejército, y ha debido intervenir en tareas de rutina y en vuelos singulares por su peligrosidad. Con sus cuádrimotORES equipados para el aterrizaje sobre la calota vitriada antártica, y sus tripulaciones entrenadas para superar los 7000 metros de altura cuando los 30 ó más grados bajo cero tienden a cristalizar el hielo en máquinas y motores, esta rama joven de la Fuerza Aérea ha intervenido en travesías memorables. Tales la famosa operación de enlace con Bahía Margarita en la campaña 1951-52, y el lanzamiento de víveres y medicamentos en marzo de 1953 sobre el campamento General San Martín, permitiendo a la dotación de esa base —la más austral del mundo— aguantar aislada un invierno más y ser relevada en el presente año mediante helicópteros de la Marina. En todas estas expectativas el pronóstico del tiempo ha desempeñado un papel decisivo.

Este progreso, esta seguridad en la eficacia criolla para las difíciles tareas polares, superadas con soltura como desde hace un tiempo lo han venido siendo en su ámbito las de la marina mercante por los "gauchos al timón", determinaron la creación reciente del Instituto Antártico Argentino Coronel Hernán Pujato. Integrado por funcionarios de distintos ministerios y especialistas en las fases científica, económica, sociológica, política y militar, tiene la misión que le ha fijado el Poder Ejecutivo:

asesorar sobre la problemática austral e incorporarla al sentir público como materia habitual y propia. En interés de la formación de esta conciencia nacional han visitado la Antártida numerosos núcleos de personal civil y militar, con vistas a complementar estudios científicos, culturales y de documentación periodística. Estudiantes calificados han traído en sus retinas el panorama inmenso de aquellas costas, cielos y mares, ávidos de entrar en contacto directo con la fuente de la fenomenología polar. Y en coordinación con la amplitud de miras de esta política de afianzamiento pacífico y fecundo, la base General San Martín, bajo jurisdicción del Ejército, ha quedado fijada como la sede terrestre más cercana al polo destinada en este hemisferio a la alta investigación científica. A ella afluirán periódicamente núcleos de estudiosos. Está unida a Buenos Aires, como las demás bases del Sector Argentino, por radioteléfono.

Hablar de la Antártida será hablar siempre de un potentísimo foco de generación y modificación de la circulación atmosférica, donde el éxito de las travesías terrestres, marítimas y aéreas quedará supeditado al mejoramiento de los equipos, la idoneidad de los hombres y el acierto del pronóstico meteorológico. También seguirá siendo un centro de inquisiciones geofísicas, astrofísicas y bioclimáticas. El programa de nuestro Gobierno contempla gran parte de estas perspectivas dentro del amplio y trascendente contenido de su Segundo Plan Quinquenal. Pero lo que nosotros queremos dejar sentado aquí, luego de la presente y breve revisión histórica de medio siglo, es la fortaleza del vínculo que une el sentir nacional con esa tierra: región fría, hosca y lejanísima en 1904 es hoy una realidad espiritualmente cálida y cercana para el sentimiento popular, y es tierra que seguirá exigiendo por muchos años viriles sacrificios y vocaciones auténticas para el progreso de la ciencia, para la mejor convivencia humana y para el ejercicio pleno y pacífico de nuestra soberanía política.

551.509.3 : 551.509.54

APLICACIÓN DE MÉTODOS OBJETIVOS A LA PREVISIÓN DE LLUVIAS, EN BUENOS AIRES

Por WERNER SCHWERDTFEGER *

Resumen. — Se afirma la importancia de atribuir un "factor de confianza" al pronóstico de lluvias que refleje la probabilidad de su acierto. Como primera base para el procedimiento podrían servir los resultados de estudios realizados mediante una metodología objetiva. Se explica su concepto en forma detallada y se lo aplica a la ocurrencia de lluvias clasificadas según distribución e intensidad. Como principales parámetros independientes se recurre a una clasificación de la situación sinóptica diaria y a los factores que representan las condiciones en la troposfera media, al oeste y al norte de la zona en cuestión. Expónense los resultados de la previsión de lluvias para la zona de la ciudad de Buenos Aires y alrededores, con un plazo de 24 y 48 horas. En toda la elaboración se ha dado particular importancia al examen riguroso de la posible influencia del azar, teniéndose en cuenta incluso el efecto de la persistencia, sobre las series analizadas. Brevemente se extiende el análisis, además, a la determinación de las situaciones generales (macro-tiempo), mediante dos índices de circulación regionales, y a su aplicación a pronósticos con un plazo más extendido.

Summary. — Considering the variable uncertainty of rainfall prediction in zones of scarce aerological observations, there is recommended the use of a confidence factor to indicate the probability attributable to the forecasts in different synoptic situations. This probability, strictly spoken the relative frequency of the occurrence of rainfall during 24 and 48 hours, is determined for analogous synoptic conditions. The necessary classification of rain occurrence is based on a combination of its distribution over the forecast area and the mean amount of 12 stations. The possible influence of chance and the effect of persistence are rigorously examined. Finally, the objective method is applied to extended forecasting of rainless periods of several days, by means of regional circulation indices as independent parameters.

I. INTRODUCCION

Es notorio que los pronósticos del tiempo adolecen del defecto de no decir nada sobre la mayor o menor probabilidad de su acierto. Por lo menos ello es lo habitual. Esto tendría menor trascendencia si todos los pronósticos contaran con una probabilidad relativamente elevada, digamos superior al 80 %, como es el caso para la previsión a corto plazo en gran parte del hemisferio Norte. Pero aun allí la situación cambia de aspecto, si se trata de la previsión de cantidades de lluvia o de la predicción a medio plazo. Y en los demás países que quedan expuestos a mayores dificultades en cuanto al trabajo de los servicios sinópticos, como es el caso en Sudamérica, con la falta absoluta de observaciones del Océano Pacífico al sud del paralelo 34°S, tal circunstancia logra mucha importancia para cualquier tipo de pronósticos. Aquí, por ejemplo, la frase frecuentemente usada de "bueno y algo nublado", o, en un sentido

(*) Doctor en Filosofía (Meteorología y Geofísica), Universidad de Leipzig; Asesor Técnico de la Dirección de Investigaciones del Servicio Meteorológico Nacional.

más amplio, el enunciado de que no lloverá durante el plazo de la previsión, puede tener, y de veras tiene, muy distinta probabilidad de acierto entre un día y otro, según la situación sinóptica, desconocida ésta, desde luego, por el público en general. Habrá días en que tal probabilidad se elevará a no más del 60 %, valor poco satisfactorio, pero agotados todos los recursos disponibles el pronosticador no podrá menos que decidirse en tal sentido. Habrá otros días, y no pocos, en que igual aseveración tendrá una probabilidad de 95 %, calculable en base a un gran número de casos análogos, días entonces en que el pronóstico puede estimarse como casi seguro. De donde surge que realmente es un inconveniente del actual modo de publicar pronósticos, el no añadir un indicio de la probabilidad de su acierto. Agregando un "factor de confianza" a cada pronóstico, el meteorólogo compensaría, en parte, la difícil situación en que se encuentra por la decisión algo despreocupada de sus antecesores, de emitir pronósticos día a día, en vez de hacerlo sólo en aquellos días en los que existe una aceptable probabilidad de acertar.

Ahora bien, son los métodos objetivos los que permitirán elaborar la base para tal apreciación de los pronósticos, con referencia a algunos lugares o regiones importantes, y a los elementos meteorológicos de mayor interés público. Por esto, el presente trabajo se refiere a la ocurrencia de lluvias, o la no ocurrencia de las mismas, en la zona del Gran Buenos Aires, zona más poblada de todo un hemisferio. En los siguientes párrafos se advertirá, para una selección de días con condiciones iniciales apropiadamente definidas, un porcentaje bastante elevado en pro o en contra de lluvias, es decir, una base aceptable para tal pronóstico; pero queremos poner de relieve que ésta no es la principal finalidad del trabajo; ella reside más bien en un examen crítico acerca de *qué grado de éxito* de los pronósticos, *numéricamente definido*, es asequible en la actual situación de un servicio sinóptico en esta región, caracterizada por graves limitaciones del material básico necesario y asimismo de las *posibilidades* que existen para enunciar un concepto sobre la *intensidad mínima de las lluvias previstas*, factor de la mayor importancia para un razonable aprovechamiento de los pronósticos en la Agricultura.

II. EL CONCEPTO DE METODO OBJETIVO

El concepto de método objetivo puede reducirse a lo siguiente: Sabemos que la ocurrencia o no de un fenómeno meteorológico cualquiera, en un determinado instante, es el resultado de cierta evolución, y que pueden fijarse, con anticipación, algunos parámetros que definen la situación sinóptica, propicia para tal evolución. Existe una relación de dependencia entre los parámetros a la hora 0 y la ocurrencia del fenómeno en horas más tarde; pero en la gran mayoría de los casos esa relación es conocida por los pronosticadores sólo en forma cualitativa, y no lo es en forma cuantitativa. Este vacío es el que tiende a llenar el método objetivo.

Para ello, dado el fenómeno a pronosticar, la experiencia sinóptica y climatológica, así como consideraciones teóricas, nos permiten elegir los parámetros a los cuales suponemos en estrecha relación con el fenómeno.

Cumplido este primer paso, podemos determinar, estadísticamente, en base al material de los años pasados, qué relación existe realmente entre un parámetro, o una combinación de varios de ellos, y la ocurrencia del fenómeno que debe pronosticarse, en el día siguiente o subsiguiente, etc.

Semejante relación puede expresarse por el coeficiente de correlación simple o múltiple, por los valores de la frecuencia relativa o por cualquiera de las formas clásicas, resaltando entonces las condiciones más decisivas, que se prestan para la predicción del fenómeno. Aquí daremos preferencia a la elaboración de las frecuencias relativas, en primer lugar, porque esto nos hace ver inmediatamente la "probabilidad" de acierto en forma numérica, y en segundo término, porque facilita, siempre que surjan dudas al respecto, la aplicación de las tablas estadísticas como son las de KOLLER⁽¹¹⁾, que ofrecen un procedimiento simple y seguro para formular un juicio sobre la cuestión de si el resultado se encuentra fuera del juego del azar, en forma significativa.

Si realizamos investigaciones con referencia a la previsión de varios fenómenos en determinadas zonas, llegaremos, resumiendo los resultados, a la confección de una especie de "manual del pronosticador", que podrá servir de gran ayuda y complemento al pronóstico actualmente en uso en un servicio público de previsión del tiempo. Sin embargo, parece conveniente aclarar aún, para evitar interpretaciones equivocadas, que los métodos objetivos *no* tienden a reemplazar el llamado método sinóptico de análisis y previsión del tiempo, sino que se basan en forma directa en el análisis, y que pueden dar más seguridad al pronóstico solamente para lugares o regiones determinadas y para algunos elementos de mayor importancia; mientras que la síntesis total del texto de un pronóstico, con afirmaciones detalladas respecto a la marcha del tiempo (si se las quiere dar), y también los pronósticos para regiones intermedias entre las zonas a que se refiere el método objetivo, siempre deben fundarse en el método sinóptico o servirse del mismo.

Creemos en la utilidad de tal método objetivo en vista de las siguientes ventajas:

1) Llena el vacío dejado por el acostumbrado método sinóptico, que no da más que una noción cualitativa (no cuantitativa) respecto a la dependencia entre el elemento a pronosticar y los argumentos pronosticadores.

2) De esta manera el método objetivo elimina el juicio personal y consigue que en las mismas condiciones sinópticas, dos pronosticadores lleguen necesariamente al mismo resultado. Esta ventaja es decididamente valiosa.

3) El método objetivo permite, a medida que se va desarrollando, llegar a conocimientos nuevos en cuanto a las relaciones entre distintos elementos de la meteorología sinóptica, las cuales han escapado, tal vez, a la atención o experiencia de los pronosticadores. (Esta última afirmación vale, por ejemplo, para el parámetro $\delta p CR$).

4) Se puede precisar, numéricamente, la probabilidad de acierto del pronóstico, lo que puede mejorar la confianza del público respecto del trabajo de los pronosticadores.

III. RESEÑA DE ALGUNOS TRABAJOS NORTEAMERICANOS

Durante los últimos años han aparecido, esporádicamente, algunos trabajos que describen procedimientos para la previsión del tiempo, los cuales figuran bajo el nombre "objective methods". De estas publicaciones y del hecho de que muchos trabajos de esta índole son de interés más regional que general, puede deducirse que en varios servicios meteorológicos de otros países existen más elaboraciones de lo que pudiera indicar el número de las publicaciones. Una bibliografía norteamericana últimamente aparecida ⁽¹⁾ que se refiere a métodos objetivos, enumera 245 distintos trabajos, de los cuales unos 100 no están publicados en revistas de distribución general, sino en forma de manuscritos o folletos de instituciones particulares. La gran mayoría de ellos fué elaborada en los últimos tres o cuatro años. Ahora bien, antes de entrar en el estudio de las posibilidades de aplicar los métodos objetivos a la previsión del tiempo en la Argentina, describiremos brevemente algunos trabajos norteamericanos, muy instructivos, tanto en sentido positivo como negativo.

En 1946, O. BRIER ha publicado un trabajo ⁽⁵⁾ que trata del pronóstico objetivo de las lluvias en el valle del río Tennessee, importante por las grandes usinas hidráulicas que allí funcionan. Toma en cuenta, en total, 13 distintos parámetros, y determina, sucesivamente, por un método gráfico, la probabilidad de que se produzcan, dentro de 24 horas, lluvias de una intensidad preclasificada.

Puesto que el alisamiento de las curvas de igual probabilidad, procedimiento a aplicar en total 12 veces, no puede efectuarse sin bastante arbitrariedad, el método de Brier deja bastante lugar a dudas, y no merece el nombre de "objetivo" sino con cierta reserva. Pero es interesante el hecho de que se refiere, en principio, al promedio de las lluvias caídas en 30 estaciones pluviométricas de la región, y que sus valores de probabilidad muestran una relación bien característica con las distintas clases de intensidad de las precipitaciones. Tiene en total, seis clases de intensidad de las lluvias caídas dentro de las 24 horas, y puede mostrar que el valor máximo de la frecuencia de lluvias de las clases V y VI (las de mayor intensidad) corresponde al valor máximo de su factor de probabilidad, mientras que el máximo de la frecuencia de lluvias de menor intensidad coincide con un valor menor de ese factor. De esta manera se explica que el método haga posible pronósticos de la intensidad de las precipitaciones, claro está, que en clases.

Una elaboración en cierto modo análoga es la de THOMPSON ⁽¹⁹⁾, que obtiene resultados muy apreciables con referencia a las lluvias invernales, en la zona de Los Angeles.

Trabajo igualmente interesante respecto al método empleado es el que publicó I. GRINGORTEN en el año 1949 ⁽⁹⁾. Refiérese a la predicción de nieblas o nubosidad baja sobre un aeropuerto, es decir, de condiciones prohibitivas para la actividad aérea, y esto para las horas de la mañana de cada día, a pronosticar por la tarde del día anterior.

El autor nombrado ha elegido unos 20 parámetros, todos a determinar en base a los mapas sinópticos o aerológicos antes de la hora de

emisión del pronóstico. Entre estos parámetros figuran valores de la temperatura y del punto de rocío, valores del código sinóptico referentes a nubosidad y tiempo, viento de superficie y de 750 m de altura, humedad relativa en varias capas hasta 3000 m, relación de mezcla entre superficie y 750 m, altura de la capa de turbulencia, etc. Ha determinado, para cada día de 8 inviernos, todos estos valores y los que se refieren al elemento a pronosticar, perforando con estos datos tarjetas Hollerith. Combinando las tarjetas en la máquina resultaron las relaciones más estrechas entre una combinación favorable de los parámetros y la frecuencia de la ocurrencia del fenómeno a predecir. Con estos datos ha preparado un "manual del pronosticador", que contiene, según cierto orden, los parámetros y los resultados de la correlación, del cual el pronosticador o cualquier persona con algunos conocimientos del análisis sinóptico pueden sacar, en pocos minutos, la "probabilidad" del fenómeno en cuestión.

Mencionaremos sólo muy brevemente otro trabajo norteamericano (15). Su interés reside en que tiende a pronosticar las lluvias a caer dentro de 12 horas solamente, 28 a 40 horas después de elaborarse el pronóstico, y en que se sirve de un procedimiento "negativo", determinando sucesivamente todas aquellas condiciones que están en contra de la producción de lluvias dentro del plazo mencionado.

IV. APLICACION DEL CONCEPTO DEL « LIMITE DEL AZAR »

Todos los ensayos hasta ahora mencionados ofrecen el inconveniente grave de introducir un número relativamente grande de parámetros, y por consiguiente, de tener un número muy reducido de casos que pertenecen a una determinada combinación de parámetros. Así ocurre en el trabajo de Gringorten, donde una combinación de parámetros hace resaltar una frecuencia relativa de 86 % de nieblas o nubes muy bajas, y 0 % de condiciones para vuelo por contacto, valor muy alentador, seguramente para un pronóstico. Pero este resultado se basa en sólo 7 casos, y no puede asegurarse de antemano qué resultado darían 7 casos más con iguales parámetros. Un juicio seguro sería posible solamente en base a un material estadístico mucho más amplio, el cual podría conseguirse solamente con registros climatológicos de varios decenios; entonces debería renunciarse al uso de parámetros aerológicos, para los que no hay disponibles datos de tantos años.

De ahí se concluye que es necesario tener presente, en cada paso de la elaboración, el concepto del "límite del azar". En la estadística teórica se ha llegado a varias definiciones, conocidas bajo el nombre de nivel de significancia, por ejemplo el de 5 %, el de 1 %, de 0,1 %, etc. Entre éstos hay uno, el de 0,27 %, que se basa en el hecho de que tal valor corresponde al triple de la dispersión en una distribución gaussiana. Este criterio se ha generalizado bastante, en particular en trabajos que tratan problemas biológicos y meteorológicos, en Alemania y los Estados de Norteamérica, y las tablas gráficas de S. KOLLER (11) facilitan mucho la aplicación práctica. Por consiguiente, también aquí trabajaremos con el nivel de significancia de 0,27 %, en forma exclusiva,

y cada vez que hablamos del "límite del azar" o de un "resultado significativo" nos referimos tácitamente a esta definición. En investigaciones meteorológicas en que, muy a menudo, el número de casos con parámetros iguales no es grande, esta condición resulta bastante severa, como lo mostrará el cuadro que damos a continuación.

Si la frecuencia relativa con que ocurre cierto fenómeno en el total de todos los días es de 50 % (por ejemplo, el fenómeno de que caigan lluvias, $\geq 0,5$ mm, dentro del plazo de dos días de verano, en *por lo menos* una de 12 estaciones pluviométricas en la zona del Gran Buenos Aires), entonces los siguientes límites del azar son los que corresponden, aproximadamente, a los tres distintos niveles de significancia comúnmente usados, en función del número de casos independientes:

Probabilidad fundamental de 50 %		Número de casos independientes al cual son referidos dichos límites, para un nivel significativo de		
Límite inferior	Límite superior	0,27 %	1 %	5 %
22 %	78 %	30	23	13
28	72	50	38	22
35	65	100	75	44
41	59	300	226	131
45	57	500	376	218
45	55	1000	752	435

En otras palabras, si buscamos una relación con referencia a un fenómeno que tiene una probabilidad fundamental (climatológica) de 50 %, y si encontramos que, bajo ciertas condiciones, tal fenómeno ocurre con una frecuencia relativa de 72 %, lo aceptaremos como un resultado significativo siempre que se hubiera elaborado en base a 50 casos independientes, o más.

Es importante aquí el concepto de "independiente", ya que el material con que trabajamos posee en cierto modo la propiedad de la persistencia, y por esto no podemos suponer, de antemano, que todos los casos que cumplen con determinadas condiciones sinópticas sean independientes. Lo cual tomaremos en cuenta de tal manera que introducimos un "factor de reducción" a aplicar al número total de casos, factor que calculamos para saber qué fracción de ese número puede pasar como "número de casos independientes". El procedimiento de tal cálculo lo explicaremos, con más detalle, en el capítulo X.

V. UNA ELABORACION APROPIADA DE LOS DATOS PLUVIOMETRICOS

Hemos mencionado ya anteriormente que la lluvia es uno de los elementos más expuestos al azar, por lo menos mientras tenemos en cuenta las lluvias caídas sobre una estación sola, o mejor dicho sobre una superficie de 200 cm², fracción pequeñísima de la región realmente de interés. Esta situación puede remediarse algo, basándose en los registros de varias estaciones situadas en la misma región, y para el presente trabajo hemos elegido 12 estaciones en la zona de la ciudad de Buenos Aires y sus alrededores, llamada Gran Buenos Aires. De esta manera seguimos

el ejemplo de MÜLLER-ANNEN⁽¹²⁾, y aplicamos consideraciones expuestas ya por RIEHL⁽¹⁴⁾, OLASCOAGA⁽¹³⁾ y FLOHN-HUTTARY⁽⁸⁾, con referencia a las lluvias en Hawai, Argentina y Alemania, respectivamente.

Claro está que el número 12 parece elegido arbitrariamente, ya que en realidad se presenta el problema de saber cuántas estaciones deben tomarse en cuenta para caracterizar la frecuencia de lluvias en una región determinada de régimen uniforme. BEEBE⁽⁸⁾¹ trató esta cuestión con referencia a las lluvias de verano, mayormente del tipo chaparrón, caídas sobre una superficie casi circular de 20.000 km² en el sudeste de EE. UU., y encontró que se necesitan, allí, unas 40 estaciones para acercarse satisfactoriamente a un valor límite de la frecuencia de lluvias, o, formulado de otra manera, para determinar con gran probabilidad cuántos días quedan enteramente sin lluvias en la zona en cuestión. Podemos mostrar en el gráfico de la Fig. 1 que para dos zonas del este de la Argentina, una la antes mencionada de la ciudad de Buenos Aires y alrededores (1200 km²), y la otra, el norte de la provincia de Buenos Aires entre Junín, Eva Perón, Baradero y Las Flores (70.000 km²), ya un menor número de estaciones pluviométricas resulta suficiente, por lo menos para las finalidades que persigue este trabajo.

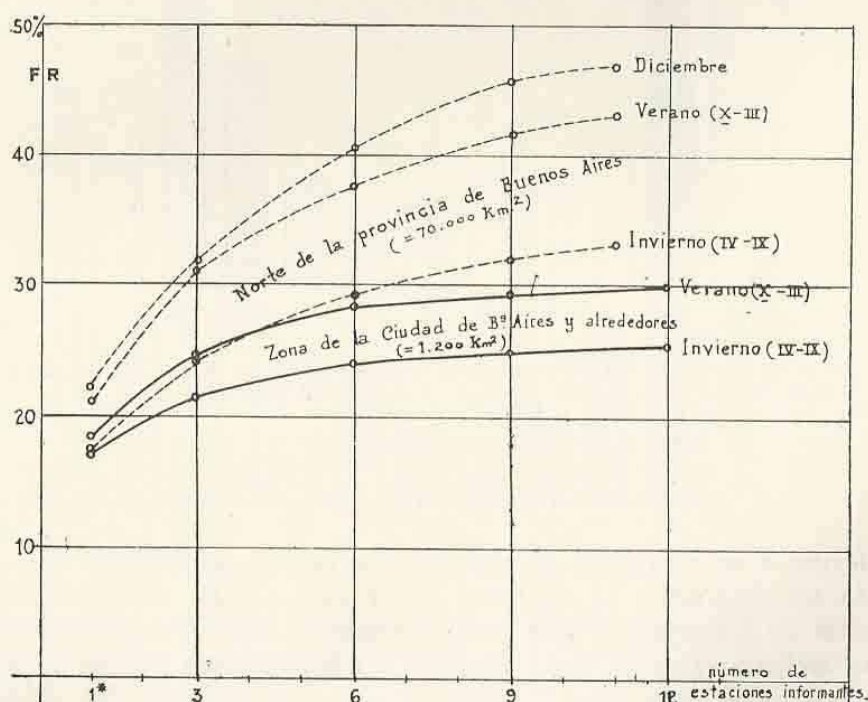


FIG. 1.—Frecuencia relativa de los días con lluvias ($\geq 0,5$ mm) en la zona de la ciudad de Buenos Aires y sus alrededores, y en el norte de la provincia de Buenos Aires, en función del número de estaciones informantes. Material de seis años, 1947 a 52.

Para continuar la comparación con el resultado antes citado de BEEBE, el cual se refirió a los meses de estío solamente, hemos añadido en dicho gráfico, la curva que corresponde a aquel mes que en este conjunto de

¹ Agradezco al señor A. Court (Universidad de California, Berkeley) el haber llamado mi atención hacia este trabajo en ocasión de una correspondencia sobre problemas afines.

datos tenía la mayor frecuencia de lluvias. Aun para un número de estaciones informantes mucho mayor de las 11 en que se basa el cálculo, la curva muestra poca perspectiva de alcanzar el valor de 50 %, mientras que en el ejemplo de BEEBE, que cuenta con un área bastante menor, sube todavía entre 20 y 30 estaciones informantes a razón de 5 %, para alcanzar finalmente al valor sorprendentemente alto de 84 %, indicando que en aquella zona (alrededores de Birmingham, Ala.) sólo 16 % de todos los días de verano hubieran quedado enteramente libres de lluvias.

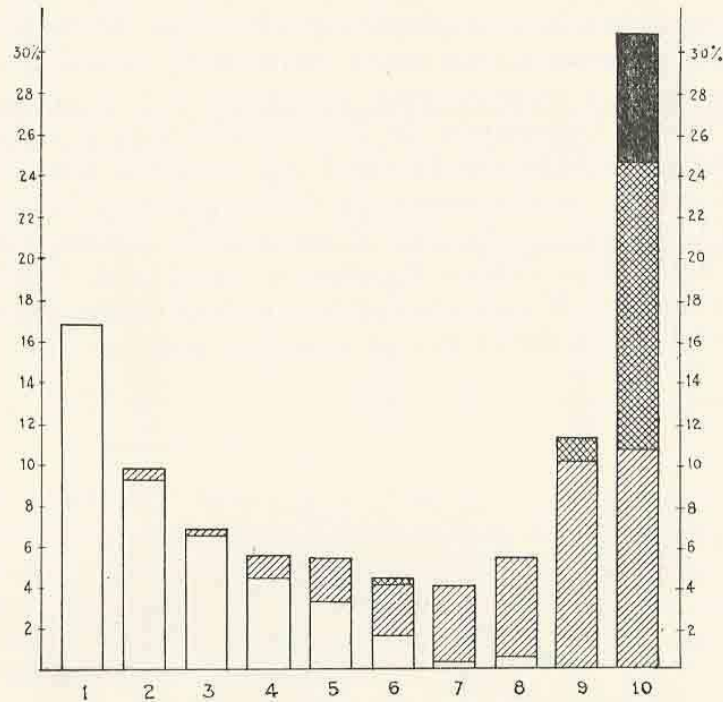


FIG. 2 a. — Frecuencia relativa de los distintos valores característicos de las lluvias (distribución e intensidad) en la zona del Gran Buenos Aires, meses de verano (X-III), años 47 a 52.
El número total de días con lluvia = 100 %.

Índice de intensidad	0:	superficie	blanca
>	>	1:	> con raya
>	>	2:	> dos rayas
>	>	3:	> negra.

El referirse a un conjunto de estaciones ofrece la posibilidad de tomar en cuenta no solamente la cantidad de lluvias caídas, sino también la distribución de las mismas, que posiblemente es muy desigual. Con tal propósito definimos, para cada día, un "número distributivo", por el cociente:

$$\frac{\text{Número de estaciones con lluvias}}{\text{número de estaciones informantes}} \quad (\text{multiplicado por 10 e incrementado a números enteros, que pueden variar, entonces, entre 0 y 10}).$$

Respecto a la cantidad de lluvias caídas no sería cómodo ni necesario tener en cuenta cada milímetro, pero sí conviene diferenciar entre lluvias insignificantes, moderadas, significativas y copiosas. Por esto aplicare-

mos aquí la siguiente escala, siempre con referencia al promedio de las lluvias caídas en todas las estaciones informantes:

< 1.0 mm	= 0
1.0 a 9.9 »	= 1
10.0 » 29.9 »	= 2
\geq » 30.0 »	= 3

Estos números cuantitativos los añadimos al número distributivo en forma de índice, representando, por ejemplo, el "valor característico" 1° un día, en que ha llovido, en 10 % del número total de estaciones, es decir en una sola estación de las 12 informantes, siendo la cantidad, en el promedio de las 12, menor de 1 mm; 10^3 significa que ha llovido en todas las estaciones informantes, con un promedio de 30 mm o más, etc.

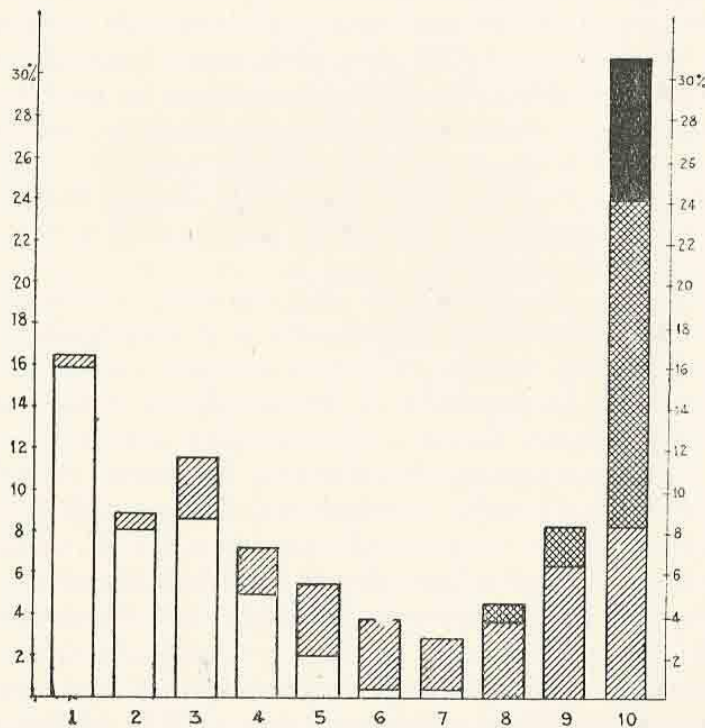


FIG. 2 b. — Idem para los meses de invierno (IV a IX).

Así obtenemos un valor cómodo e instructivo en cuanto al carácter de las lluvias, y los gráficos (a) y (b), Fig. 2, nos dan una idea de la frecuencia con que aparecen, en el material aquí elaborado, los distintos valores característicos de lluvias en las dos partes del año.

Para el trabajo estadístico del método objetivo damos un paso más en el sentido de simplificar, de tal manera que nos referiremos a 4 distintas escalas entre los 40 posibles valores.

Contaremos

I = todas lluvias, inclusive	1°
II = las lluvias	$\geq 3^{\circ}$
III = » »	$\geq 5^1$
IV = » »	$\geq 8^2$

y daremos la mayor importancia a las lluvias $\geq 5^1$, puesto que esta clase incluye todas las lluvias importantes, y excluye las de cantidad insignificante y las puramente locales.

VI. LA SELECCION DE LOS PARAMETROS INDEPENDIENTES

Viene ahora el problema de elegir, del conjunto muy grande de factores posibles, aquellos parámetros que influyen decididamente en la formación o no formación de lluvias, para que un número reducido de parámetros haga resaltar un porcentaje alto, en pro o en contra, de la ocurrencia del fenómeno en cuestión. Aquí entran la experiencia del trabajo sinóptico y simultáneamente consideraciones teóricas, y siempre queda abierta la puerta para introducir nuevos conceptos, nuevos datos observados o nuevos valores deducidos. Siempre son, en última instancia, los criterios sobre la casualidad los que deciden si vale la pena tener en cuenta uno u otro de los parámetros.

Como es natural, el primer parámetro que hemos de considerar, debe ser uno que representa, en forma apropiadamente resumida, el análisis sinóptico del tiempo de cada día. Esto trae consigo el que tengamos que decidirnos acerca de la hora de referencia, y digamos que para todas las exposiciones que siguen, nos hemos referido a la hora 12 z —09 hs hora oficial argentina—, hora de la Carta del Tiempo diariamente publicada que contiene también el pronóstico principal de cada día, válido hasta las 24 hs del día siguiente.

Hemos hecho una clasificación de las situaciones sinópticas de tal manera que pueden considerarse la ubicación y el desplazamiento (desde el día anterior) de los frentes existentes en una distancia prudencial respecto al noreste de la provincia de Buenos Aires, y simultáneamente la actividad pluvial dentro de las 24 horas recién pasadas, en una zona determinada. Como tal región de referencia definimos la incluida por un círculo de 600 km de radio, centrado en el punto 35°S , 60W , dejando aparte el segmento al este del meridiano 55°W , dado que no suelen desplazarse fenómenos frontales de consideración desde ese sector hacia la región de la Capital Federal. En base a ello hacemos la siguiente clasificación:

- 1 = existen un frente, o una zona de convergencia bien pronunciada, que muestran un desplazamiento hacia el NE de Buenos Aires, en comparación con su ubicación 24 hs antes.
 - 2 = existen un frente, o una zona de convergencia bien pronunciada, del tipo casi estacionario.
 - 3 = todos los demás casos, vale decir, aquellos en que o existe un frente (o zona de convergencia) que ha pasado por el noroeste de Buenos Aires, indicando el campo bórico y alobórico que no hay tendencia al retroceso, o no existe frente alguno, siempre en la zona antes delimitada.
- P* = caen lluvias y/o han caído durante las últimas 24 horas, siempre que no provengan exclusivamente de un frente recién pasado por el noreste de Buenos Aires, ni sean orográficas ni costeras.
- S* = los demás casos con lluvias cayentes y/o caídas durante las últimas 24 horas.
- T* = sin ninguna lluvia ($\geq 0,5 \text{ mm}$) en la región de referencia.

Mediante esta clasificación definimos *nueve* distintos grupos 1 *P* hasta 3 *T*, que abarcan todas las posibles combinaciones. A cada día (mapa sinóptico de las 09 hs) corresponde uno y sólo uno de estos grupos. Aquí podría, tal vez, oponerse el reparo de que la decisión del meteorólogo respecto a la clase a que pertenece cierta situación sinóptica, por ejemplo la alternativa entre 2 *S* y 3 *S*, contiene un factor personal subjetivo, y por consiguiente que todo el procedimiento posterior que se basa en tal opción carecería de objetividad. En rigor, es así, pero se ha generalizado, a pesar de esto, el nombre del método objetivo también en estos casos, siempre que el factor subjetivo afecte solamente el análisis de datos existentes, pero no la extrapolación de situaciones o valores futuros. Y de hecho, un meteorólogo experimentado y familiarizado con el desarrollo de la situación sinóptica desde el día anterior encontrará muy pocas dificultades con dicha clasificación.

Otro punto discutible podría ser la delimitación de la región de referencia, tanto más cuanto que son bien conocidos los casos en que frentes de importancia han recorrido mucho más de 700 km en 24 horas. Pero al definir las nueve clases de la manera expuesta, con la finalidad inmediata de obtener un parámetro apropiado para la previsión a corto plazo de las llluvias en el noreste de Buenos Aires, teníamos que tomar en cuenta que la probabilidad de que un frente o su zona de influencia llegue hasta el noreste de Buenos Aires en el lapso de un día, resulta tanto menor cuanto mayor es su distancia inicial. Además, hay que añadir que introduciremos, al lado del parámetro dado por el análisis sinóptico, otros factores de cierta importancia, que permitirán un juicio sobre la conveniencia de las clasificaciones.

Como es bien sabido, uno de los grandes obstáculos que se oponen al trabajo diario del pronosticador en Sudamérica, es la escasez de datos aerológicos y la falta completa de sondeos de temperatura y humedad en la altura. Es obvio que incluso para métodos objetivos sería del mayor provecho referirse a parámetros deducidos de topografías absolutas y relativas en varios niveles béricos, etc., y podemos esperar que más tarde se presentarán posibilidades de esta índole. Mientras tanto, empero, debemos aprovechar las pocas observaciones existentes, y como veremos en el siguiente párrafo, resultan útiles en particular los sondeos del viento (mediante globos pilotos) efectuados por varias estaciones en el Litoral Argentino. Pero cada día en que por lo menos dos de las estaciones Rosario, Paraná, Paso de los Libres, Corrientes, Posadas tienen un sondeo hasta 2500 m, hemos establecido un agrupamiento en tres clases, según la dirección predominante del viento en la capa 2000 a 2500 m, correspondiente al siguiente esquema:

VIENTO SOBRE EL CENTRO DEL LITORAL

dirección 330 a 90° = «N»
» 100 » 210° = «SE»
» 220 » 320° = «W»

Así se obtiene en la clase "N" un parámetro representante del transporte de aire caliente y húmedo hacia las regiones cuyas precipitaciones

hay que pronosticar, y en la clase "SE" un representante de aquellas corrientes que indican la presencia de una zona de relativamente alta presión en la altura al SW o W de la región en cuestión. Seguramente sería preferible basar las consideraciones en el conocimiento de las corrientes aéreas en mayor altura, y hacer una subdivisión más detallada que la de tres clases, pero entonces el número de casos por clase se habría reducido más aún, con mayor riesgo de obtener resultados muy expuestos al azar. Con la división en las tres clases mencionadas, en cambio, puede verse muy bien el papel importante de esas corrientes, y de esto podemos deducir la valoración que el pronosticador debería dar a este parámetro, en condiciones bien definidas.

Otro parámetro que se refiere al estado de la atmósfera libre, será la desviación (δPCR) de la presión en la estación de alta montaña, Cristo Redentor ($32^{\circ} 50'S$, $70' 05'W$, 3832 m), respecto al promedio mensual de los últimos 14 años, período del cual existen datos fehacientes, componiéndose la serie total de observaciones de la estación argentina (400) y la chilena (545). Los valores de referencia son los siguientes:

Promedio mensual de la presión atmosférica en Cristo Redentor, en 3832 m, observaciones de las 09 hs (12 z) (período 1937-52, con pequeñas interrupciones)².

Mes	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
<i>Pm</i> ...	643.0	42.6	42.0	41.3	39.8	37.9	37.8	37.9	38.7	39.6	40.3	42.0 mb

El valor de la desviación referido a estos promedios resulta factor importante, hecho que se basa en la relación estrecha entre la presión en la altura y la temperatura en la atmósfera libre. Interpretamos entonces, presión baja en C. R. como temperatura relativamente baja en las capas superiores. Además, podemos aceptar este parámetro como representativo, en cierto modo, de los distintos sistemas de las corrientes conducentes sobre la zona central de la Argentina. Hay que preferir, según los ensayos estadísticos efectuados, ese valor de la desviación al de la variación temporal, puesto que ocurren períodos prolongados con desviaciones negativas que son períodos de pronunciada tendencia a la formación de lluvias, en el centro y este de la Argentina, mientras que sólo al comienzo de tal período se presentan variaciones temporales características.

Otros parámetros que conviene tener en cuenta son la variación bórica en superficie, en las 24 ó también las 13 horas pasadas, en el centro del país (sur de San Luis), la cual sirve como valor característico de la evolución sinóptica y de la posible formación de zonas de convergencia que posteriormente se extenderán hacia el este, y el valor correspondiente en la isla Juan Fernández, punto más alejado en el oeste sudamericano del cual tenemos noticias meteorológicas permanentes. En el próximo párrafo se mostrará en qué forma podemos aprovechar esos parámetros.

Claro está que aparte del primer parámetro que se refiere al análisis sinóptico, debemos decir que conforme a los conceptos de la meteorología dinámica otros valores podrían resultar preferibles, pero no los

² A los datos diarios de la presión que transmite la estación chilena 545 actualmente (año 1953), hay que sumar 1.0 mb para hacerlos homogéneos con los datos en que se basan estos promedios.

hay en la ubicación necesitada para el problema en cuestión. Por ejemplo, las relaciones encontradas entre la variación de la presión de Juan Fernández y la ocurrencia de lluvias en los días posteriores en Buenos Aires ponen en evidencia que un punto a unos mil kilómetros más alejado en el Océano Pacífico sería más útil aún de lo que es Juan Fernández. Llamará la atención que la gran mayoría de los parámetros independientes que se tomarán en cuenta, no son valores locales; vale decir, que no son de la misma región a que se refiere el parámetro dependiente, la ocurrencia de lluvias. Sin embargo, también valores locales pueden resultar útiles, como lo ha demostrado E. L. DÍAZ (7).

VII. CORRELACION DE LAS LLUVIAS DE UNO Y DOS DIAS EN LA ZONA DEL GRAN BUENOS AIRES CON LOS PARAMETROS MAS IMPORTANTES

Dada la variación anual de los factores decisivos para la formación de lluvias, resultó conveniente introducir cierta subdivisión del material entero según las distintas estaciones del año, pero por otra parte no aumentar en demasía el número de clases, para evitar que el número de casos en cada una de ellas no fuera muy chico. Como solución in-

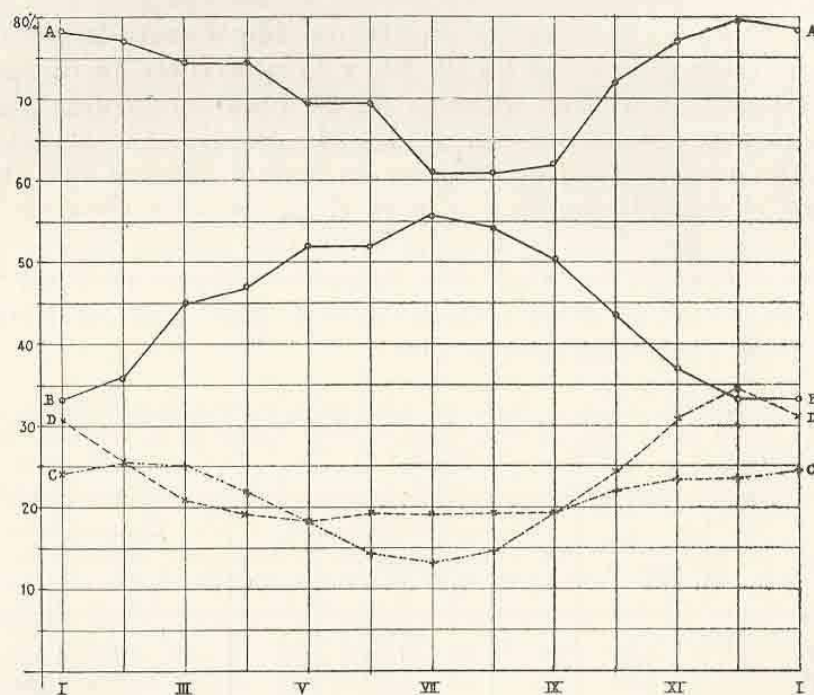


FIG. 3.— Marcha anual de la actividad frontal en el este y el centro de la Argentina, años 47 a 52.
Frecuencias relativas suavizadas $\frac{a + b + c}{3}$.

- A « Actividad frontal ».
B Frecuencia de días tranquilos.
C Frecuencia de días con frentes que avanzan hacia Buenos Aires.
D Frecuencia de días con frentes casi estacionarios.

termedia de ese dilema hemos subdividido el material de los 6 años aquí elaborado en dos partes iguales, tomando los 6 meses octubre hasta marzo como "verano", abril hasta setiembre como "invierno", disponiendo así de más de 1000 casos en cada grupo. Para justificar

esto, nos referimos al gráfico de la Fig. 3, en que se ha aprovechado la clasificación según el análisis sinóptico, definiendo un concepto de "actividad frontal", como cociente de la suma de días con frentes activos (con lluvia) sobre la suma total de días con frentes

$$A = \frac{\Sigma 1 P + \Sigma 2 P}{\Sigma 1 + \Sigma 2},$$

y un cociente de "tranquilidad"

$$B = \frac{\Sigma 3 S + \Sigma 3 T}{\Sigma 1 + \Sigma 2 + \Sigma 3}.$$

Se pone de relieve la poca frecuencia de frentes en los meses de invierno y se ve también que, tal vez, sería recomendable incluir el mes de abril en el conjunto de "verano". Sin embargo, no se hizo así para mantener igual número de casos en los dos grupos principales. Seguramente valdría la pena analizar ciertas relaciones existentes entre las lluvias y los parámetros independientes, en base a un material de más años, para ciertos meses por separado, intención que nos reservamos para un trabajo posterior.

Pasamos ahora a considerar la correlación simple entre la *clasificación sinóptica, referida al día 0 a las 09 hs.* y la *ocurrencia de lluvias en la zona del Gran Buenos Aires, durante las 24 horas siguientes.* Ha resultado, con el material de 6 veranos (II - III del 47, X - III del 47/48 a 51/52, X - I de 52/53; es decir, se ha reemplazado el mes de enero del 47 por el del 53, puesto que para el primero de ellos no existen datos de Cristo Redentor) el Cuadro I, en que hemos reunido las clases 1S, 2S, 1T y 2T, es decir, las clases con frentes pero sin lluvias, con 20, 13, 41 y 44 casos respectivamente, para tener el número de casos, en cada grupo, superior a 100.

CUADRO I. — *Frecuencia relativa de lluvias (de cualquier valor característico, del grupo $\geq 3^0$, $\geq 5^1$, $\geq 8^2$) en la zona del Gran Buenos Aires, caídas en las 24 horas después de presentarse condiciones sinópticas clasificadas (1 P a 3 T), 6 meses de verano.*

Clase	Número de casos, <i>n</i>	Frecuencia de lluvias, en %				Límites del azar para	
		todas	$\geq 3^0$	$\geq 5^1$	$\geq 8^2$	$\geq 3^0$	$\geq 5^1$
1 P	196	69	60	46	22	48 -72	34 -58 %
2 P	250	45	36	24	12	26 -47	16 -34 %
3 P	120	29	15	11	8	6 -28	4 -23 %
1 S + 1 T } 2 S + 2 T }	118	17	12	9	6	5 -24	2 -21 %
3 S	256	17	11	5	2	6 -19	2 -11 %
3 T	133	4	2	2	1	0 -10	0 - 9 %
Total	1073	32,7	25,2	17,6	9,0	21,0-30,9	14,1-21,6 %
Factor de reducción de <i>n</i>	—	0.81	0.81	0.85	0.90	—	—

Vemos de inmediato que ya esta correlación simple contiene resultados nada triviales. Podemos aceptar, en efecto, la frecuencia relativa

total (o climatológica) como probabilidad fundamental y aplicar el criterio riguroso equivalente a la "regla 3 σ " para determinar cuáles de esos valores se encuentran fuera del azar, o, con otras palabras, si la diferencia entre ellos y la probabilidad climatológica está estadísticamente asegurada, si es significativa (con una probabilidad de 0,27 % de ser casual); tales valores figuran en negrita.

Podemos plantear el problema de la seguridad estadística también de otra manera, preguntando en qué límites hay que aceptar, a raíz del número de casos de cada clase, el porcentaje anotado en las columnas 3 a 6 como seguro. Las columnas 7 y 8 contienen estos límites para las columnas 4 y 5 que son las de mayor importancia para el problema en cuestión. Claro está que estos límites se acercarían más al valor de referencia si la elaboración se basara en un material más amplio.

Los números del Cuadro I nos permiten también un juicio acerca de la importancia relativa de las lluvias caídas a consecuencia de la situación sinóptica clasificada. Se pone de relieve, sobre todo, la importancia de las del tipo 1P y 2P ("frentes con lluvia"), como lo demuestra una comparación de los valores del primer renglón con los del material entero, Cuadro II.

CUADRO II. — *Frecuencia condicional de los grupos de lluvias relativamente intensas, en total y para los grupos 1P y 2P (número total de días con lluvias cualesquiera = 100 %)*

	Número de días con lluvias cualesquiera	Frecuencia condicional de días con lluvias	
		$\geq 5^1$	$\geq 8^2$
Total	351	53 %	25 %
Verano	1 P	67 %	32 %
	2 P	53 %	28 %
Invierno	Total	50 %	21 %
	1 P	69 %	30 %
	2 P	68 %	38 %

Se muestra en forma estadísticamente asegurada que (si realmente llega a llover) la frecuencia de lluvias importantes ($\geq 5^1$) es bastante mayor en el grupo 1P, y en el invierno también en 2P, de lo que es en la totalidad de los casos con lluvia.

Las relaciones que hemos expuesto hasta ahora se refieren nada más que a las lluvias caídas dentro de las 24 horas que siguen a la hora del último mapa sinóptico disponible, el de las 09 hs. (12 z). En cambio, los pronósticos habituales, elaborados a base de este mapa, son válidos para las 36 horas entre el instante de su emisión (mediodía), y la media noche del día siguiente. Ahora bien, la gran mayoría de las estaciones pluviométricas de cuyos registros se calcula el índice característico de las lluvias diarias, no efectúa observaciones a medianoche. Es por ello que nos referiremos ahora a las lluvias caídas dentro de las 48 horas que siguen a la del último mapa, cubriendo de tal manera un plazo algo más extenso de lo que es el de los pronósticos habituales.

La extensión de nuestras consideraciones de uno a dos días la estimamos necesaria también en vista del hecho de que varios de nuestros parámetros se han elegido de tal modo que posiblemente influyan más en las lluvias del segundo que en las del primer día siguiente. Además, para la aplicación práctica de los pronósticos del tiempo en la vida pública, la agricultura, el tráfico terrestre y otras más, muchas veces será suficiente o hasta preferible emitir un juicio acerca de la probabilidad de lluvias a caer dentro de un plazo de 48 horas. Anotaremos, entonces, algunos cuadros con referencia a las lluvias de dos días. Aquí, por ejemplo, el símbolo $\geq 8^2$ debe interpretarse en el sentido de que llueva en uno o en los dos días, en 80 % de las estaciones por lo menos, y con un promedio de 10 mm o más en por lo menos uno de los dos días, calculándose siempre el promedio para las 12 estaciones informantes.

CUADRO III. — Frecuencia relativa de lluvias en la zona del Gran Buenos Aires, caídas en las 48 horas después de presentarse las condiciones sinópticas clasificadas; 6 meses de verano

Clase	Número de casos, <i>n</i>	Frecuencia de lluvias, en %				Límites del azar para	
		todas	$\geq 5^0$	$\geq 5^1$	$\geq 8^2$	$\geq 5^0$	$\geq 5^1$
1 P	196	78	70	57	31	58 -80	45 -68 %
2 P	250	66	53	40	22	42 -63	30 -51 %
3 P	120	55	43	36	21	28 -58	23 -51 %
1 S + 1 T	118	35	29	20	15	17 -44	10 -34 %
2 S + 2 T	256	34	23	14	6	16 -33	8 -22 %
3 S	133	24	18	11	5	8 -32	4 -23 %
Total	1073	49.8	40.9	30.8	16.8	36.0-45.9	26.4-35.6 %
Factor de reducción de <i>n</i>	—	0.81	0.81	0.85	0.90	—	—

El significado de los números y los límites del azar es igual al expuesto en ocasión del cuadro I. Repetimos que se refiere al nivel significativo de 0,27 %, es decir, a la condición más rigurosa de las que se imponen, generalmente, en meteorología y otras aplicaciones de la estadística.

Para representar el contenido esencial de este cuadro en forma más sugestiva, hemos preparado el gráfico cuyas escaleras muestran de inmediato la importancia de la clasificación sinóptica para la previsión de lluvias.

Resulta interesante una comparación de los renglones correspondientes en los cuadros 1 y 3. Llama la atención la poca diferencia de los valores respectivos en la clase 1P, vale decir que en estos casos la gran mayoría de las lluvias cae o comienza a caer ya en las primeras 24 horas, en ostensible contraste a la clase 3P y 3T que anuncian un aumento considerable para el segundo día.

Resulta del cuadro I ya un hecho importante para la aplicación a la previsión de lluvias. Si nos contentáramos, en efecto, para un pronóstico de que *no* llueva dentro de las 24 horas que siguen a la hora del mapa sinóptico, con una probabilidad de acierto superior al 87 % para

lluvias del tipo $\geq 3^\circ$, superior al 91 % para las del $\geq 5^\circ$ (es decir, las que en realidad *deberían* preverse), entonces no necesitarían consideración más detallada las clases *S* y *T* en conjunto. En el caso hipotético de que se hubiera aplicado el resultado de estas tablas en todos los días

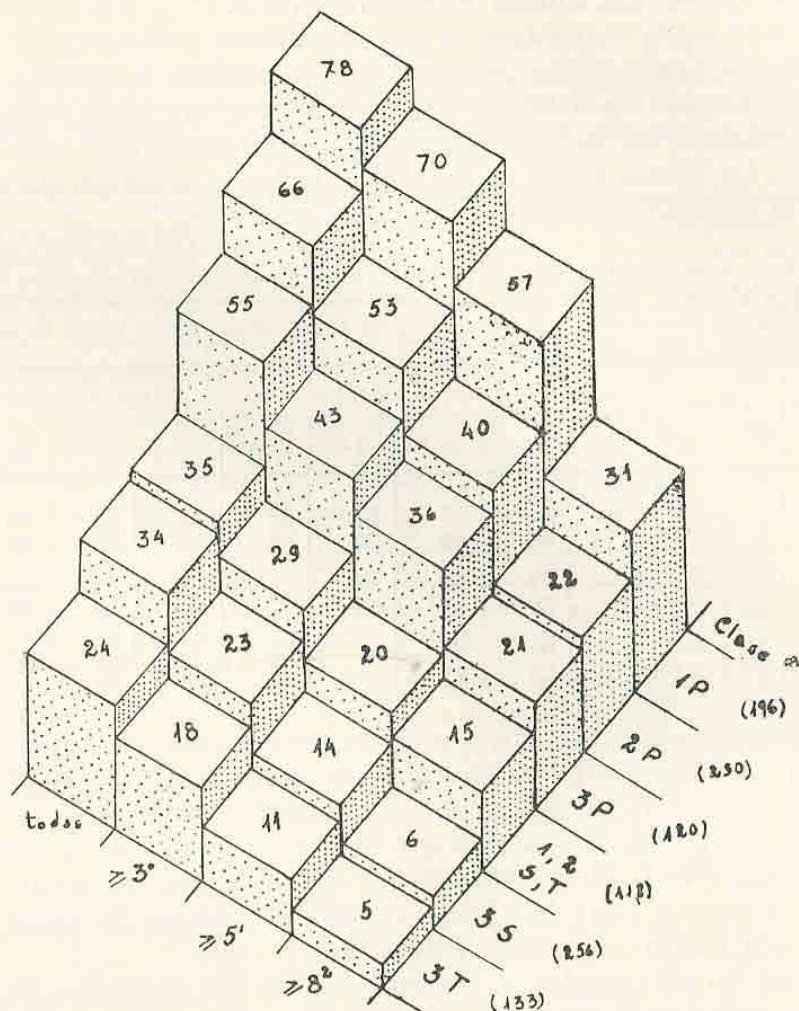


FIG. 4. — Frecuencia relativa de días con lluvias según cuatro grupos característicos en la zona del Gran Buenos Aires, caídas en las 48 horas después de presentarse las condiciones sinópticas clasificadas (los nombres de las clases figuran a la derecha de la base de la torre, y a su lado el número de casos correspondiente).

de los seis veranos elaborados que pertenecen a las clases *S* y *T* (vale decir, en casi la mitad de todos los días de verano), el pronóstico de que no llueva $\geq 3^\circ$ habría acertado en $\frac{463}{507} = 91\%$ de esos días, el

de que no llueva $\geq 5^\circ$ en $\frac{481}{507} = 95\%$. Para las lluvias caídas en 48 horas podemos aplicar una consideración análoga, restringiéndonos ahora a las dos clases *3S* y *3T*. Para ellas, la probabilidad de que no llueva $\geq 3^\circ$ resulta superior al 72 %, de que no llueva $\geq 5^\circ$ superior al 81 %, y para los seis veranos elaborados tal pronóstico habría acertado en $\frac{307}{389} = 79\%$ y $\frac{337}{389} = 87\%$, respectivamente.

Muy distinto, empero, es el aspecto que ofrecen los tres primeros renglones de los cuadros, y se presenta obviamente la necesidad de introducir otros parámetros más, para diferenciar bien entre las situaciones que favorecen pronunciadamente la formación de lluvias, y aquellas que lo hacen con mucho menor frecuencia.

En primer lugar, tomaremos en consideración el parámetro δP C.R. que representa, en cierto modo, el estado de la troposfera media a una distancia aproximada de 1000 km al oeste de nuestra zona de referencia; en otras palabras, en la dirección desde la cual provienen, con la mayor frecuencia, las masas aéreas en las capas medias y altas de la troposfera. Resulta la siguiente sinopsis:

CUADRO IV. — Frecuencia relativa de lluvias en la zona del Gran Buenos Aires, caídas durante 24 y 48 horas después de la hora de referencia, en función de la clasificación sinóptica y la desviación de la presión en Cristo Redentor; 6 meses de verano

Clasificación sinóptica	δP en C. R.	Núm. de casos	Lluvias del día 1,				Lluvias de los días 1 y/o 2			
			todas	$\geq 3^o$	$\geq 5^1$	$\geq 8^2$	todas	$\geq 3^o$	$\geq 5^1$	$\geq 8^2$
1 P	≤ -2.0	60	83 %	77 %	62 %	33 %	88 %	83 %	73 %	48 %
	> -2.0	136	63	52	40	18	73	65	49	24
2 P	≤ -2.0	44	70	64	48	23	84	82	64	41
	> -2.0	206	39	31	18	10	63	47	35	18
3 P	≤ -2.0	31	42	26	26	16	74	58	48	35
	> -2.0	89	25	11	6	4	48	38	31	16

El segundo parámetro adicional debe representar otra vez, en cierto modo, la situación sinóptica en las capas medias de la atmósfera y referirse en particular al aflujo de aire húmedo, supuestamente cargado con agua precipitable, desde el norte al este. Puesto que la importancia del parámetro δP C.R. se mostró ya en el cuadro anterior, se le ha tomado en cuenta también ahora, aunque el número de casos disponibles en cada casilla se reduce críticamente.

También en este cuadro la comparación de las columnas para el día 1 con las correspondientes a los dos días pone de relieve una diferencia entre las clases 1P, 2P y 3P. Esto no puede sorprender mucho en vista de las definiciones establecidas en la clasificación sinóptica, pero sí puede interpretárselo como justificación posterior de la misma.

Además, cabe notar los valores del último renglón del cuadro V, los cuales pueden servir, en verdad, como base de pronósticos sumamente útiles, ya que bajo las condiciones allí establecidas la probabilidad de lluvias $\geq 8^2$ es mayor que la de las lluvias de menor importancia: 54 % para lluvias $\geq 8^2$, 39 % para lluvias $< 8^2$, y 7 % para ninguna. En tal situación, el texto del pronóstico habitual podría decir (sin compromiso injustificado para el pronosticador): "Lluvias, probablemente intensas", y para finalidades especificadas el enunciado podría detallarse más.

Ahora bien, análogas relaciones podrían exponerse para otros parámetros. Así la variación de la presión en Juan Fernández, la del centro del país, la tensión de vapor en Buenos Aires, y otras más. Pero, en

realidad, tales cuadros merecen mayor interés solamente para los pronosticadores en Buenos Aires (y se elaboran para el uso en la oficina central de análisis y pronóstico) mientras que no ofrecen resultados o métodos principalmente nuevos, por lo cual no se las representará aquí en forma detallada.

CUADRO V.— *Frecuencia relativa de lluvias en la zona del Gran Buenos Aires, caídas durante 24 y 48 horas después de la hora de referencia, en función de la clasificación sinóptica, la dirección del viento en la altura sobre el Litoral, y la desviación de la presión en Cristo Redentor; verano, X-III, 1947-52.*

Clasif. sinóp.	Viento Litoral	qP C. R. mb	Núm. de casos	Lluvias en el día 1,				Lluvias en los días 1 y/o 2			
				todas	≥ 3°	≥ 5 ¹	≥ 8 ²	todas	≥ 3°	≥ 5 ¹	≥ 8 ²
1 P	N	≤ -2	30	87 %	83 %	70 %	43 %	93 %	90 %	80 %	60 %
		demás valores	47	85	72	53	23	89	83	64	30
		total .	77	86	77	60	31	91	86	70	42
	S+W	≤ -2	18	83	72	50	22	83	78	56	33
demás valores		58	50	34	28	16	62	48	36	21	
total .		76	57	43	33	17	67	55	42	24	
2 P	N	≤ -2	22	82	77	68	41	95	95	86	55
		demás valores	58	41	36	22	21	62	53	41	33
		total .	80	53	48	35	26	71	65	54	39
	S+W	≤ -2	16	63	56	25	6	69	69	38	25
demás valores		101	37	27	13	6	62	44	31	13	
total .		117	40	31	15	6	63	47	32	15	
3 P	N	≤ -2	9	(56)	(44)	(44)	(33)	(89)	(78)	(56)	(33)
		demás valores	23	22	15	9	9	48	43	39	17
		total .	32	31	22	19	16	59	53	44	22
	S+W	≤ -2	17	35	18	18	12	71	53	47	35
demás valores		50	28	12	4	4	54	40	30	16	
total .		67	30	14	7	6	58	43	34	21	
1 P+2 P+3 P	N	< -2	61	80	75	66	41	93	90	79	54

En cambio, puede ser interesante, con fines de comparación, exponer algunas relaciones para los otros seis meses del año, IV a IX, que se distinguen por su menor frecuencia de lluvias, mayor intensidad de las variaciones del campo bórico, y mayor influencia de las fuertes corrientes zonales en la atmósfera libre de las latitudes subpolares sobre el desarrollo del tiempo en el norte de la provincia de Buenos Aires. Comenzamos inmediatamente con las consignadas en el cuadro VI.

En estos números se destaca más claro que en los de los 6 meses de verano, que en la mayoría de los días, es decir, en 711 días de un total de 1089, lo cual corresponde al 65 %, la frecuencia con que se

presentan lluvias durante las 24 horas siguientes a la hora de referencia, es tan reducida que el correspondiente pronóstico no ofrece ningunas dificultades. Claro está que esto, en su esencia, no es nuevo en manera alguna, e interesante es solamente el valor numérico de la seguridad estadística del enunciado, lo cual se basa, en parte, en la persistencia de días secos en los meses de invierno. Por consiguiente, encontramos resultados similares también en el cuadro VII, aunque con porcentajes menos elevados.

CUADRO VI. — Frecuencia relativa de lluvias de distintos grupos característicos en la zona del Gran Buenos Aires, caídas en las 24 horas después de presentarse condiciones sinópticas clasificadas; 6 meses de invierno (IV-IX).

Clase	Número de casos	Frecuencia de días con lluvia en %				Límite del azar para	
		todas	$\geq 3^{\circ}$	$\geq 5^{\circ}$	$\geq 8^{\circ}$	$\geq 5^{\circ}$	$\geq 3^{\circ}$
1 P	101	77 %	69 %	53 %	23 %	51 -84	36 -70 %
2 P	149	63	52	43	24	38 -66	30 -57
3 P	128	44	32	26	5	19 -47	15 -40
1 S + 1 T } 2 S + 2 T }	131	13	8	4	2	2 -19	1 -13
3 S	302	19	10	6	1	5 -17	2 -12
3 T	278	8	4	3	0	1 -10	1 - 8
1 - 3 } S + T }	711	13	7	4	1	4 -11	2 - 7
Total	1089	29.8	22.0	16.5	6.5	18.0-26.7	13.0-20.6 %
Factor de reducción de n		0.70	0.72	0.75	0.84	—	—

CUADRO VII. — Frecuencia relativa de lluvias en la zona del Gran Buenos Aires, caídas en las 48 horas después de presentarse condiciones sinópticas clasificadas; meses de invierno (IV-IX) 1947-52.

Clase	Número de casos	Frecuencia de lluvias en %				Límite del azar para	
		todas	$\geq 3^{\circ}$	$\geq 5^{\circ}$	$\geq 8^{\circ}$	$\geq 3^{\circ}$	$\geq 5^{\circ}$
1 P	101	80 %	73 %	58 %	29 %	56 -86	41 -74 %
2 P	149	81	70	60	36	56 -82	46 -73
3 P	128	58	50	42	16	34 -66	24 -58
1 S + 1 T } 2 S + 2 T }	131	29	21	14	8	10 -34	6 -27
3 S	302	31	19	14	3	12 -28	8 -22
3 T	278	27	17	10	2	10 -26	5 -17
1 - 3 } S + T }	711	29	18	13	4	13 -23	9 -18
Total	1089	44.2	34.4	27.0	11.7	29.5-39.7	22.6-31.8
Factor de reducción de n		0.70	0.72	0.75	0.84	—	—

Otra vez resulta necesario analizar las tres clases P ("con lluvia") en forma más detallada, y conviene referirse también en primera instancia al parámetro δP C.R. que resulta bastante útil (Cuadro VIII).

CUADRO VIII. — *Frecuencia relativa de lluvias en la zona del Gran Buenos Aires, caídas durante 24 y 48 horas después de la hora de referencia, en función de la clasificación sinóptica y la desviación de la presión en Cristo Redentor; invierno (IV-IX) 1947-52.*

Clasificación sinóptica	δP en C. R. mb	Número de casos	Lluvias del día 1				Lluvias de los días 1 y/o 2			
			todas	$\geq 3^{\circ}$	$\geq 5^1$	$\geq 8^2$	todas	$\geq 3^{\circ}$	$\geq 5^1$	$\geq 8^2$
1 P	< -2.0	51	76 %	73 %	61 %	33 %	78 %	73 %	63 %	37 %
	demás valores	50	39	33	23	6	41	37	27	10
2 P	< -2.0	67	69	61	49	28	87	79	66	37
	demás valores	82	59	45	38	21	77	63	56	34
3 P	< -2.0	47	60	53	47	11	74	70	66	26
	demás valores	81	35	20	14	1	48	38	28	10

El Cuadro VIII muestra que el parámetro δP C.R. con la simple subdivisión en dos clases aquí empleada, solamente en los renglones 1P y 3P sirve bien para separar los casos con mayor probabilidad de lluvias de los con menor probabilidad. En el conjunto 2P (frentes estacionarios precipitantes), este efecto se muestra en forma significativamente más débil, en el sentido de que el efecto no cambia de aspecto con otra subdivisión de las clases de δP C.R. No se ve bien claro cuál es la causa de esta diferencia. Probablemente, debamos argüir que se necesitan corrientes conducentes del sector sudoeste (más frecuentes con la presión relativamente alta sobre Cristo Redentor) para que un frente estacionario sobre el centro o sur de la provincia de Buenos Aires inicie un movimiento hacia el noreste; pero sería necesario, más tarde, demostrarlo en forma numérica y concluyente.

Tal hipótesis se confirma también en el cuadro IX, donde se exponen las relaciones con las corrientes aéreas a 2000 m sobre el centro del Litoral. En vista del número de casos bastante menor del que fué disponible en los meses de verano, aquí no hemos introducido las dos distintas clases de δP C.R.

CUADRO IX. — *Frecuencia relativa de lluvias en la zona del Gran Buenos Aires, caídas durante 24 y 48 horas después de la hora de referencia, en función de la clasificación sinóptica y la dirección del viento en la altura sobre el litoral; invierno (IV-IX) 47-52.*

Clasificación sinóptica	Viento Litoral	Número de casos	Lluvias del día 1				Lluvias de los días 1 y/o 2			
			todas	$\geq 3^{\circ}$	$\geq 5^1$	$\geq 8^2$	todas	$\geq 3^{\circ}$	$\geq 5^1$	$\geq 8^2$
1 P	N	41	85 %	78 %	63 %	37 %	88 %	83 %	68 %	41 %
	S + W	37	68	59	43	8	68	59	46	11
2 P	N	67	61	51	45	27	81	73	64	37
	S + W	43	58	49	35	16	72	60	46	26
3 P	N	45	60	44	33	7	78	69	58	22
	S + W	47	25	19	17	2	38	34	30	13

VIII. CORRELACION CON RESPECTO A DIAS SIN LLUVIA

Como se ha mostrado ya en los cuadros I, III, VI y VII y como es bien sabido por los pronosticadores (menos, tal vez, por el público en general), en un régimen meteorológico como el de Buenos Aires, la previsión de que *no* lloverá puede darse con seguridad mucho mayor que la contraria. En dichos cuadros, los renglones correspondientes a la clasificación sinóptica *S* y *T* indican ya algunos porcentajes elevados, pero el número de casos relativamente grande invita a introducir uno u otro de los parámetros secundarios experimentados en las clases *P*.

La desviación de la presión en Cristo Redentor, siempre interpretada como valor característico del estado de las masas de aire en la troposfera media sobre el oeste de la Argentina, resulta otra vez un parámetro muy útil. Esto se demuestra por los valores del cuadro X.

CUADRO X. — Frecuencia relativa de lluvias en la zona del Gran Buenos Aires, caídas durante 24 y 48 horas después de presentarse la situación sinóptica de las clases *S* y *T*, en relación con la desviación de la presión en Cristo Redentor.

Renglón	δP C. R.	Número de casos	Lluvias del día 1				Lluvias de los días 1 y/o 2			
			todas	3°	5 ¹	8 ²	todas	3°	5 ¹	8 ²
<i>a</i>	≤ -2.0	91	30 %	25 %	16 %	8 %	54 %	43 %	29 %	15 %
<i>b</i>	-1.9 a 1.9	344	10	5	3	1	27	20	12	7
<i>c</i>	≥ 2.0	72	7	4	3	1	24	13	10	1
} Verano (X-III)										
<i>d</i>	≤ -2.0	145	24	12	6	1	43	28	19	6
<i>e</i>	-1.9 a 1.9	281	15	9	6	1	31	20	15	5
<i>f</i>	≥ 2.0	285	7	3	2	0.4	20	12	7	1
} Invierno (IV-IX)										

Los factores de reducción por causa de la persistencia son iguales a los enumerados en los correspondientes cuadros anteriores.

Dada la diferencia insignificante entre los porcentajes de verano e invierno para los valores de δP C.R. ≥ -1.9 mb, podemos unir los 4 renglones correspondientes *b*, *c*, *e* y *f*, para determinar con un colectivo suficientemente grande, los límites del azar para las dos clases más importantes de lluvias, $\geq 3^\circ$ y $\geq 5^1$, siempre con referencia al criterio riguroso de la "regla 3 σ ", equivalente al nivel de significancia de 0,0027. El número de casos es 982, el número reducido para lluvias $\geq 3^\circ$: 750, para lluvias $\geq 5^1$: 785.

Grupo	Frecuencia climatológica	Frecuencia calculada	Límites del azar
Lluvias $\geq 3^\circ$...	38 %	17 %	13 — 21 %
» $\geq 5^1$...	29 %	11 %	8 — 15 %

En otras palabras, existe la probabilidad de 0,9973 de que la frecuencia relativa de lluvias $\geq 5^1$ en las 48 horas después de presentarse las condiciones *S* ó *T* y δP C.R. ≥ -1.9 mb, se encuentre entre 8 y 15 %; etc. Es obvio que formulaciones de tanta exactitud no tendrían

mayor interés para el público en general, pero que sí para una compañía de seguros en el caso eventual de encargarse del riesgo económico de grandes y costosas funciones al aire libre.

Ahora bien, consideraciones de esta índole pueden realizarse con otros factores más, y se han realizado algunas para encontrar los parámetros decisivos. Pero ellas no ofrecen resultados muy diferentes, y de ahí que nos inclinemos a omitirlas.

Pero debe interesarnos averiguar, todavía, si existen perspectivas alentadoras para la aplicación de métodos objetivos incluso a pronósticos de plazo más extenso, lo cual tendría especial valor para un cliente muy importante de la meteorología práctica: la Agricultura.

IX. LA PREVISION A MEDIO PLAZO, DE DIAS CON (O SIN) LLUVIAS, MEDIANTE LOS METODOS OBJETIVOS

El concepto "a medio plazo" (en alemán: "Mittelfrist-Vorhersage" en inglés: "extended forecast") se ha generalizado para definir los pronósticos a un plazo de 3 a 7 días, más o menos. Trátase de pronósticos cuya elaboración no puede desentenderse del método sinóptico propiamente dicho, pero que necesita además otros recursos, en particular recursos estadísticos, ya que las extrapolaciones en base a consideraciones sinópticas solamente no pueden extenderse tanto.

Naturalmente, las dificultades que se oponen al éxito de los pronósticos a corto plazo, se presentan aquí en forma análoga, agravadas por la escasez de registros homogéneos de muchos años. Sin embargo, también en zonas con la red de observaciones algo reducida, existen ciertas posibilidades que queremos exponer brevemente. Sólo será necesario, bajo tales circunstancias, abandonar la idea de que un pronóstico a medio plazo debe ser formulado día por día, como se ha generalizado en el caso de los pronósticos habituales al plazo de 24 a 48 horas. Todas las experiencias ponen en evidencia que hay situaciones meteorológicas en las que una previsión a medio plazo de lluvias, o de días sin lluvia, está expuesta al azar en tal grado que resulta preferible no formular ninguna. Pero hay otras situaciones en que tal previsión puede darse con una apreciable probabilidad de acierto. Por ello, la solución razonable del problema radica en que el mismo meteorólogo pronosticador tenga la libertad de decidir cuándo y hasta qué plazo puede emitirse un pronóstico extendido. Claro está que no puede ser ésta la solución ideal ni definitiva, pero seguramente es preferible a no dar ningún pronóstico o dar alguno que carezca de fundamento.

Mientras que la previsión del tiempo a corto plazo se basa principalmente en el análisis y una extrapolación de la situación sinóptica (alemán: Wetterlage), la a medio plazo tiene que referirse, en primera instancia, al análisis de la situación en mayor escala, mayor en cuanto a la extensión espacial y temporal de las consideraciones. En este sentido se ha generalizado hablar del análisis de la *situación general*, del "macro tiempo" (alemán: Grosswetterlage, explicaciones más detalladas en ⁽¹⁷⁾). En las zonas templadas y subpolares de Sudamérica, la falta de observaciones del sur del Océano Pacífico torna difícil, frecuentemente, la apreciación acertada del macro tiempo, pero ocurren también situaciones

en las que los datos existentes ponen de relieve características bien definidas y muy importantes para el desarrollo del tiempo en los días subsiguientes.

Una de estas situaciones es aquella en la que el gradiente bórico entre 35 y 50°S, que generalmente muestra un valor positivo (presión más baja en la latitud alta), se presenta con signo opuesto, de tal manera que, en el promedio de tres días, la presión sobre el sur de la Patagonia (superficie incluida por los paralelos 45 y 55°S y los meridianos 80 y 65°W) se mantenga mayor que la presión sobre la zona del Río de la Plata exterior (representado por la estación Punta del Este, 35°S, 55°W). Si interpretamos, con cierta analogía con el concepto introducido por los modernos trabajos norteamericanos, esa diferencia de valores de presión como "índice de la circulación" sobre las latitudes templadas de Sudamérica, podemos decir que un valor negativo de este índice define una importante situación general, típica de las ocasionales interrupciones de la predominante circulación zonal, en este sector del hemisferio. Importante, porque se produce casi inevitablemente como consecuencia de tal situación, un empuje de aire polar hacia el norte, que llega a cubrir todo el territorio argentino, uruguayo y el sur del Brasil, desplazando así bastante hacia el norte las masas calientes y húmedas de origen subtropical que son las portadoras del agua precipitable para la formación de las lluvias de consideración en el este de la Argentina. Por estas razones, después de tal empuje han de transcurrir, generalmente, varios días, hasta que vuelvan a presentarse condiciones favorables para tiempo lluvioso.

La esencia de estas consideraciones se refleja en el gráfico de la Fig. 5.

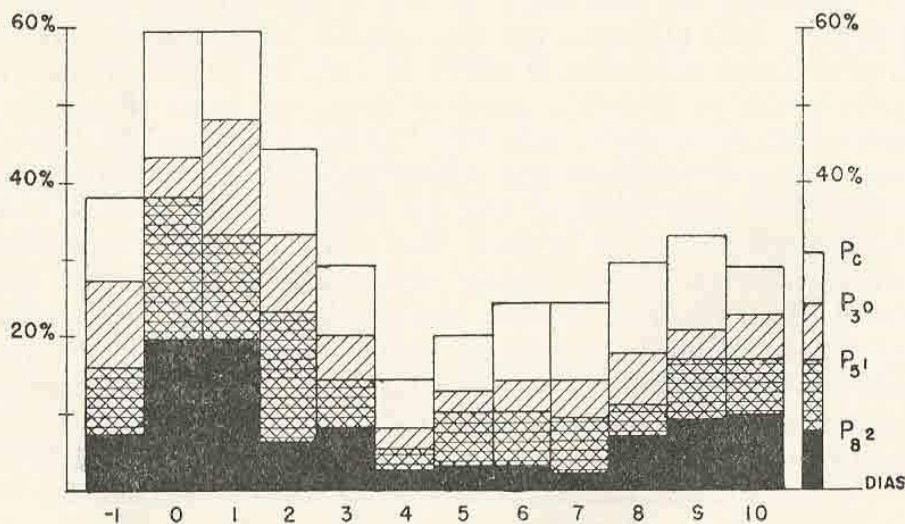


FIG. 5. — Frecuencia relativa de días con lluvias clasificadas, en la zona del Gran Buenos Aires, 1 día antes hasta 10 días después de haberse presentado un valor negativo del índice de la circulación zonal sobre las latitudes templadas de Sudamérica. 92 casos de los años 1947 a 52. Al lado derecho la probabilidad climatológica.

Contiene la frecuencia relativa de lluvias (en cuatro clases) en la zona del Gran Buenos Aires un día antes y diez días después del día ("día 0") en que se presentó un valor negativo del índice, por primera vez después de uno o varios días con valores positivos del mismo. El pro-

nóstico que se basara en esos datos, puede emitirse definitivamente en la mañana del día 1, ya que el valor del índice del día 0 se compone de las observaciones de la presión atmosférica de los días - 1, 0 y 1, siempre a las 9 hs (12 GMT). Hay muchos casos, sin embargo, en los que ya en el día anterior (día 0) puede decirse con plena seguridad que el índice asumirá un valor negativo.

Podemos, por lo tanto, en tales situaciones predecir que la probabilidad de lluvias desde el cuarto hasta el séptimo día es pequeña (muy inferior a la probabilidad climatológica). La estadística detallada hace posible, además, decir algo con referencia a un conjunto de varios días; por ejemplo, la probabilidad de que ninguno de los cuatro días (4 a 7) tenga lluvias $\geq 5^1$, es decir que se produzca un período prácticamente seco, se eleva a 74 %, a comparar con una probabilidad climatológica alrededor de 40 %.

Otra consideración de esta índole elige, como parámetro independiente, un valor que queremos llamar, en analogía con las exposiciones anteriores, un "índice de la circulación *meridional* sobre el paralelo 35° en Sudamérica". Para definir tal valor, aprovechamos las observaciones diarias de la presión (a las 12 GMT) de la isla de Juan Fernández (700 km al oeste de la costa chilena) y del cabo Punta del Este (100 km al este de Montevideo), los dos puntos extremos, en esa latitud del sector sudamericano, de los cuales existen seguros datos de la presión atmosférica. El primero de ellos representa, de cierto modo, la célula oriental del anticiclón subtropical meridional *pacífico*, y el segundo, las estribaciones occidentales del anticiclón subtropical meridional *atlántico*. Son representantes, entonces, de sendos centros de acción de la atmósfera cuya intensidad influye decisivamente en el desarrollo del macrotiempo sobre las latitudes extratropicales de Sudamérica.

Por consiguiente, resulta adecuado definir *el promedio de tres días de la diferencia bórica entre los dos puntos mencionados* como índice meridional. Si observamos la marcha de este índice día a día, vemos, aparte de cierta variación anual, una variación rítmica, casi periódica, cuyo análisis formará parte de otro estudio. Lo que interesa aquí, es la estrecha relación entre las desviaciones de este índice con respecto a su promedio mensual, y la frecuencia relativa de lluvias en el este de la Argentina. Tal relación tiene una explicación bien obvia: Una intensidad relativamente grande del anticiclón atlántico al este del Uruguay y sur del Brasil, importa un flujo de aire caliente y húmedo de origen subtropical, sobre el territorio argentino hacia el sur. Aumentando ahora de intensidad la célula oriental del anticiclón pacífico, se ve favorecido el avance de aire templado o subpolar desde el sudoeste, el cual llega a desplazar al fin el aire húmedo subtropical, y esto trae consigo, con una frecuencia bastante elevada, la formación de lluvias en la región pertinente.

Es bien sabido que este cambio de masas aéreas es una de las características dominantes del tiempo en la mayor parte de la Argentina. Ahora bien, dada la casi regularidad de la báscula bórica entre los dos puntos representantes, la observación atenta de la marcha de la presión puede servir como ayuda para la previsión a medio plazo, en la forma

que insinúa el gráfico de la Fig. 6. En éste el día 0 representa el día en el que se produce un mínimo de $\delta \bar{A}-P$, siempre que la desviación sea igual o mayor a 9 mb, con respecto al promedio mensual de los seis años elaborados. Se muestra que los días 2, 3 y 4 tienen muy poca frecuencia de lluvias, pero es interesante observar que más allá del día 4 los valores de la frecuencia relativa difieren bastante de los del gráfico anterior. El mínimo secundario de los días 9 y 10 no pasa los rigurosos límites de la casualidad; si se lo mostrara también en un material estadístico más amplio, o si nos contentáramos, para el presente material, con un nivel de significancia de 99 %, podríamos interpretarlo como manifestación de un ritmo de siete días, más o menos, que se pone en evidencia muy a menudo en el régimen meteorológico de la Argentina, según está expuesto en (18).

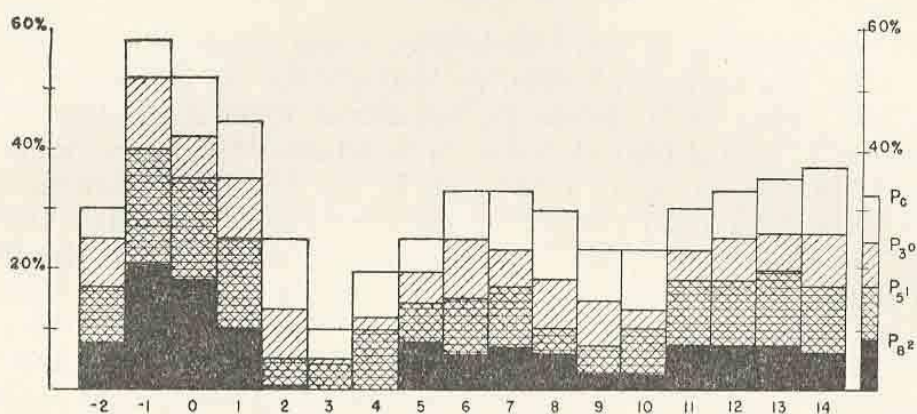


Fig. 6. — Frecuencia relativa de días con lluvias clasificadas, en la zona del Gran Buenos Aires, 2 días antes hasta 14 días después de haberse presentado un valor mínimo (-9 mb) de la desviación del índice de la circulación meridional sobre el paralelo 35° en Sudamérica. Al lado derecho la probabilidad climatológica. 107 casos de los meses IX a V de los seis años 1947 a 52.

Tales relaciones aparecen también en el sentido opuesto. En base a 107 casos de máximo de la curva de $\delta \bar{A}-P$ (> 6 mb) de los nueve meses desde setiembre hasta mayo, la frecuencia relativa de que se produzcan lluvias $\geq 5^1$ en por lo menos uno de un conjunto de 3 días, es de 15 % para los días $-1, 0, 1$, y se eleva a 59 % para los días 3, 4, 5. Aunque este último valor no basta por sí para un pronóstico de lluvias a medio plazo, la diferencia muy significativa entre 15 y 59 % indica que las desviaciones del índice meridional pueden tomarse como uno de los parámetros útiles para la previsión de lluvias, a medio plazo.

X. LA PERSISTENCIA DE LOS DIAS CON (O SIN) LLUVIA, Y SU REPERCUSION EN LAS CONSIDERACIONES ESTADISTICAS

Cabe ahora una breve exposición acerca de la persistencia (el efecto del contagio estadístico) de las series de días con o sin lluvia, tanto más cuanto que ya hemos aplicado en el capítulo IV el concepto del número de "casos independientes". Para especificar esto, formulamos la siguiente consideración: La serie total de días, de los meses o años cuyo material se aprovecha, podemos tomarla como una serie discontinua, dando el signo positivo a cada día con lluvia (con lluvia $\geq 3^\circ, \geq 5^1, \geq 8^\circ$), y sig-

no negativo a todos los demás días, es decir, los días sin lluvia (sin lluvia $\geq 3^\circ$, $\geq 5^\circ$, $\geq 8^\circ$). Si estas cuatro series de signos fueran series puramente aleatorias, sin mostrar ningún efecto de contagio, entonces la frecuencia relativa con que ocurre un cambio del signo, sería $F_a = 2 \times F_+ \times F_-$, donde F_+ y F_- sobre las frecuencias relativas reales con que se presentan en la serie respectiva un signo + y un signo -. Con cierta tendencia a una persistencia positiva, la frecuencia relativa de un cambio del signo será menor; la llamaremos F_c . Entonces, en analogía con la definición del índice de persistencia según KÖPPEN⁽¹⁰⁾ y BAUR⁽²⁾, el cociente $\frac{F_c}{F_a} = R_P$ nos da la relación con la que hay que reducir el número de casos cualesquiera para obtener el número equivalente de casos independientes. El cuadro XI contiene estos cocientes, y los demás valores característicos de la persistencia de nuestras series.

CUADRO XI. — PERSISTENCIA DE DÍAS CON (O SIN) LLUVIAS

	Verano Grupos de lluvias				Invierno Grupos de lluvias			
	todas	3°	5 ¹	8 ²	todas	3°	5 ¹	8 ²
Días con lluvias F	33	25	18	9	30	22	16.5	6.5 %
F_1	43	36	26	10	50	42	36	19 >
F_2	33	32	19	x)	40	34	31	x) >
F_3	30	27	x)	x)	32	21	x)	x) >
R_P	0.81	0.81	0.85	0.90	0.70	0.72	0.75	0.84
Días sin lluvias F	67	75	82	91	70	78	83.5	93.5 %
F_1	73	79	85	92	79	83	88	94 >
F_2	74	79	84	92	80	85	89	95 >
F_3	73	79	83	92	81	86	89	95 >

F = Frecuencia relativa climatológica (probabilidad fundamental).

F_1 = Frecuencia relativa después de 1 día de igual tipo.

F_2 = Frecuencia relativa después de 2 días de igual tipo.

F_3 = Frecuencia relativa después de 3 días de igual tipo.

R_P = Relación de persistencia, que da la porción de casos independientes.

x) = Número de casos insuficiente para tal cálculo.

En comparación con series pluviométricas de otras partes del mundo, por ejemplo las citadas por BAUR en (2) y por BROOKS y CARRUTHERS en (6), la persistencia de las lluvias en Buenos Aires es relativamente pequeña³. Sin embargo, no deberíamos pasar por alto el efecto del contagio, y además, los otros valores contenidos en el cuadro XI, F_1 a F_3 , pueden servir para formarse un juicio sobre la superioridad del método objetivo con ingredientes sinópticos, en comparación con valores climatológicos.

³ Hay que anotar que Köppen y Baur, para obtener una medida de la persistencia que resulta cero para series puramente aleatorias, usan el cociente $\frac{F_a - F_c}{F_a}$, es decir el complemento a 1 para nuestro cociente R_P .

RECONOCIMIENTO

Al personal del Departamento de Estudios y Asesoramiento Científico del Servicio Meteorológico Nacional y de particular manera a la Prof. Sta. F. Yolanda Allevato, que realizó la mayor parte del trabajo estadístico en que se basa la presente exposición, así como a los colegas Dr. K. Wölcken, Dr. F. Prohaska, Dr. O. Schneider e Ing. C. J. Vasino, que prestaron su colaboración respecto de los temas de algunos capítulos, los dos últimos en particular en cuestiones estadísticas, el autor les agradece muy sinceramente su eficaz cooperación.

BIBLIOGRAFÍA

1. AMERICAN METEOROLOGICAL SOCIETY. — *Meteorological Abstracts and Bibliography*. «Bibl. on objective forecasting». Vol. III, n° 5, 1952.
Véase también ALLEN, R. A., y VERNON, E. M. — «Compendium of Meteorology», pág. 796 sig., 1951.
2. BAUR, F. — «Die Erscheinungen der Grosswetter», en Hann-Stüring, «Lehrbuch der Meteorologie», 5° edición, entrega 10, parte VIII, 1948.
3. BEEBE, R. G. — «The distribution of summer showers over a small area». *Monthly Weather Review*, Vol. 80, N° 6, 1952.
4. BIJVOET y BLEEKER. — «The value of weather forecasts». «Weather», Vol. VI, N° 2, 1951.
5. BRIER, O. — «A study of quantitative precipitation forecasting in the TVA-basin». *U. S. Weather Bureau Research Papers*, N° 26, 1946.
6. BROOKS y CARRUTHERS. — «Handbook of statistical methods in Meteorology». Londres, 1953.
7. DÍAZ, E. L. — «Una ayuda para la previsión de lluvias». *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, Tomo CLIII, entrega V, mayo 1952.
8. FLOHN y HUTTARY. — «Zur Kenntnis der Struktur der Niederschlagsverteilung». *Zeitschrift für Meteorologie*. Vol. VI, 1952.
9. GRINGORTEN, I. — «A study in objective forecasting precipitation». *Bull. Am. Met. Soc.* Vol. 30, N° 1, 1949.
10. KOPPEN, W. — «Die Aufeinanderfolge den unperiodischen Witterungserscheinungen, nach der Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung untersucht». *Meteorologische Zeitschrift*, 1872.
11. KOLLER, S. — «Graphische Tafeln zur Beurteilung statistischer Zahlen, Verlag Steinkopf». Leipzig, 1943.
12. MULLER-ANNEN, H. — «Zur Aufbereitung und Bearbeitung meteorologischer Reihen». *Annalen der Meteorologie*. Tomo III, 5/6, 1950.
13. OLASCOAGA, M. J. — «Some aspects of Argentine rainfall». *Tellus*. Tomo 2, N° 4, noviembre 1950.
14. RIEHL, H. — «Some aspects of Hawaiian rainfall». *Bull. Am. Met. Soc.* Tomo 30, N° 5, 1949.
15. SCHMIDT, R. C. — «A method of forecasting precipitation 28-40 hours in advance, during october». *Monthly Weather Review*. Vol. 79, N° 6, 1951.
16. SCHNEIDER, O. — «Principios metodológicos de la Investigación Geofísica». *Anales de la Sociedad Científica Argentina*. Tomo CXLII, E. VI, 1946.
17. SCHWERTFEGGER, W. — «El problema de la previsión del tiempo». *Tratados técnicos*. Librería del Colegio. Buenos Aires, 1952.
18. SCHWERTFEGGER, W. — «Über die Entstehung mehrtagiger Rhythmen im Wetterablauf». *Berichte des Deutschen Wetterdienstes in der US-Zone*. N° 38, Bad Kissingen 1952.
19. THOMPSON, I. C. — «A numerical method for forecasting rainfall in the Los Angeles area». *Monthly Weather Review*. Vol. 78, N° 7, 1950.
20. THOMPSON, I. C. — «On the operational deficiencies in categorical weather forecasts». *Bull. Am. Met. Soc.* Vol. 33, N° 6, 1952.
21. WILLIAMS, PH. jr. — «The use of confidence factors in forecasting». *Bull. Am. Met. Soc.* Vol. 32, N° 8, 1951.

519.24 : 551.494

EL ANÁLISIS SECUENCIAL Y SU APLICACIÓN A LA HIDROLOGÍA

POR EMILIO A. M. MACHADO * Y ADOLFO A. MARCHETTI **

Resumen. — Se estudia el método del análisis secuencial y su aplicación al problema del aprovechamiento del caudal de un río. Se considera conveniente la adopción de este método en los casos de índole hidrológica, teniendo en cuenta sus principales características, consistentes en que el número de observaciones necesarias no es determinado "a priori", reduciéndose la muestra en los casos comunes a la mitad de la necesaria en otros métodos estadísticos, y en que los resultados se obtienen con rapidez y facilidad.

Résumé. — On étudie la méthode de l'analyse sequential et son application au probleme de l'utilisation du débit d'un fleuve. On considere convenable l'adoption de cette méthode dans les cas hydrologiques, en tenant compte de ses principales caractéristiques, c'est a dire que le nombre d'observations nécessaires n'est pas déterminé a priori, et que l'échantillon se réduit dans les cas ordinaires a la moitié de ce qui est nécessaire dans d'autres méthodes statistiques, et que les résultats sont obtenus rapide et facilement.

I. GENERALIDADES

La ejecución de un proyecto de usina hidroeléctrica depende de la posibilidad del aprovechamiento de la fuerza motriz hidráulica, lo cual, a su vez, depende de varios factores que están ligados íntimamente entre sí.

Dejando de lado la trascendencia que tienen la caída disponible, la configuración y la naturaleza de los terrenos donde han de construirse las obras de ingeniería, el material de arrastre, el aspecto económico de realización y de explotación, etc., mencionemos especialmente en este caso el factor caudal de aprovechamiento que debe considerarse como elemento fundamental en todo estudio de energía disponible y aprovechable.

Para el desarrollo de este estudio en una cuenca o río determinado es esencialmente importante conocer el régimen de caudales en base a un número grande de mediciones realizadas en distintas épocas en un determinado punto del río donde se piensa utilizar. Deben abarcar todos los estados del río, desde el más bajo (estiaje) hasta los más altos (crecientes), repitiéndose durante muchos años seguidos.

Si tal estudio en el lugar no pudiera realizarse en forma completa por hallarse fuera de la posibilidad práctica, por ejemplo, en el caso de zonas muy extensas o cuando interesa conocer en poco tiempo, aunque sólo sea aproximadamente, el potencial de fuerzas hidráulicas disponibles en un río, con mediciones que cubren los estados principales pero en número limitado, es posible realizar el estudio de aprovechamiento siguiendo otros procedimientos distintos de los hasta ahora empleados, basados en el análisis secuencial.

* Doctor en Matemáticas. Asesor Técnico de la Dirección de Investigaciones Meteorológicas e Instrucción del Servicio Meteorológico Nacional.

** Ingeniero Civil. Director de los Servicios Técnicos Meteorológicos, del Servicio Meteorológico Nacional.

Asimismo, si se ha realizado el estudio de la potencialidad hidráulica aprovechable mediante la aplicación directa del método de la duración de caudales, con la respectiva curva de duración trazada en función de la serie completa de datos de muchos años consecutivos (curva que permite determinar el grado de probabilidad de utilización de los caudales en el punto determinado), existirá la posibilidad de controlar el grado de favorabilidad del valor del caudal aprovechable con respecto a los valores reales del caudal que forman la serie de medición merced al recurso del análisis secuencial.

II. CARACTERISTICAS DIMENSIONALES DE UNA USINA

Las partes esenciales de una usina hidráulica —canal de entrada, turbinas, conductos forzados, etc.— se dimensionan siguiendo procedimientos estadísticos conocidos que no escapan a criterios y valoraciones del todo subjetivos. Tendría, por lo tanto, cierto interés la determinación del grado de importancia y comportamiento en el futuro de las dimensiones dadas a la usina, en cualquier forma que hubiera sido hecha, independientemente de los criterios empleados para su proyecto. Es decir, averiguar la forma en que responde la instalación, tal como fué construída o proyectada, a la serie de sucesos hidrológicos.

El problema puede conducirse a aquel de cómo responde en la prueba, o verificación de recepción, una cantidad de objetos (conjunto) sujeta a una condición fijada (modalidad), donde, en nuestro caso, la modalidad está dada por las características dimensionales de la instalación, y cómo se comporta o responde al número de sucesos hidrológicos que admite el funcionamiento regular.

La prueba sólo puede ser llevada sobre una parte limitada de los objetos del conjunto, o sea, sobre muestras; por consiguiente, la admisibilidad final trae aparejado, necesariamente, un cierto grado de riesgo, es decir, se tiene una prueba positiva de un conjunto inaceptable, o una prueba negativa de un conjunto aceptable.

La investigación se realiza generalmente con una cantidad de muestras pertenecientes a un número n de elementos (observaciones) fijado *a priori*. La determinación de n no es inmediata y puede aun ser criticable, pero, prescindiendo de ella, no sería posible en este caso la determinación de n por no ser conocida la extensión del conjunto de observaciones hidrológicas.

III. METODO

Se considera que puede aplicarse con resultados útiles el método del análisis secuencial, cuya característica consiste en que el número de observaciones necesarias no es determinado *a priori*¹ sino que depende del resultado de las observaciones hechas precedentemente. Si el número de observaciones disponibles es muy reducido, el método no siempre conduce a soluciones, lo cual constituye otra de sus ventajas, por cuanto es preferible conocer la imposibilidad de prevenir una valoración aceptable, a tener una valoración falsa.

¹Se puede determinar la magnitud $E(n)$ antes del cálculo sin que ello signifique que se van a emplear $E(n)$ datos; $E(n)$ esperanza matemática del número de elementos de la muestra; $E(n)$, cantidad suficiente de elementos.

El análisis secuencial se debe a Wald y a sus colaboradores de la Universidad de Columbia y fué empleado en Estados Unidos de Norteamérica durante la última guerra como medio de prueba de recepción de suministros militares, con carácter secreto. Recién en mayo de 1945 fué autorizada la divulgación de la teoría y tablas numéricas y se extendió su aplicación a los problemas hidrológicos.

El método puede extenderse « a cualquier investigación científica en la cual se trate de tener que aceptar o rechazar una hipótesis sobre la base de observaciones experimentales » y en todos aquellos casos técnicos donde se exige llegar con pocas pruebas al comportamiento general de todo el conjunto.

En la aplicación que se propone se mide el comportamiento del dimensionamiento de una instalación hidroeléctrica (verificación de la instalación) por la correspondencia existente entre los caudales probables actuales en las diversas épocas del año y los caudales supuestos para el dimensionamiento de la instalación. En otras palabras, se acepta convencionalmente que cuanto menores son los casos en los cuales los caudales de construcción (o de proyecto) son inferiores a los caudales probables, tanto mayor es la bondad o el valor de la instalación.

La investigación se propone, por lo tanto, en líneas generales, llegar a una decisión entre dos hipótesis posibles:

a) que la instalación esté bien dimensionada (aceptable) a consecuencia de una verificación positiva (hipótesis H_1).

b) que la instalación esté mal dimensionada (inaceptable) a consecuencia de una verificación negativa (hipótesis H_2).

Los criterios para decidir no deben prescindir de las exigencias prácticas y han de contemplar el hecho de que una instalación puede en todos los casos considerarse aceptable (hipótesis H_1) siempre que las deficiencias de las disponibilidades probables hidrológicas sean, en por ciento, inferiores a un cierto valor θ_1 (llamado límite o índice de calidad superior), e inaceptable (hipótesis H_2) si las deficiencias de disponibilidades probables hidrológicas son, en porcentaje, superiores a un cierto valor θ_2 (llamado límite o índice de calidad inferior).

Además, puesto que la consideración no puede extenderse a todo el conjunto de las observaciones y sí sólo a un número limitado de muestras que no comprende ni siquiera el total de las observaciones disponibles, existe la posibilidad o riesgo α de aceptar como verdadera la hipótesis H_2 , mientras que en realidad lo es la hipótesis H_1 (error de primera especie), lo que significa rechazar una instalación bien dimensionada; y asimismo se da la probabilidad o riesgo β de aceptar como verdadera la hipótesis H_1 , cuando, en realidad, lo es la hipótesis H_2 (error de segunda especie), lo cual supone aceptar una instalación mal dimensionada.

Si se fijan *a priori*, según la naturaleza del problema, los valores de θ_1 o θ_2 ; α y β , estos parámetros son necesarios y suficientes para realizar la investigación, que es considerada para 1, 2, ... n observaciones, hasta aquel valor en base al cual debe decidirse:

a) que la instalación pertenece a la categoría H_1 ;

b) que la instalación pertenece a la categoría H_2 .

Si el número de observaciones disponibles en $n' < n$, no es posible llegar a ninguna decisión.

IV. TEORIA DE WALD

El análisis secuencial de A. Wald para la prueba de hipótesis estadística o la estimación de parámetros técnica, en donde, como dijimos, no se fija por anticipado la medida o amplitud de la muestra, sino que ella se determina durante la experiencia, dependiendo de las observaciones que se vayan realizando, exige para su conocimiento el estudio previo de los tests de hipótesis.

1. TEST DE HIPÓTESIS.

Recordemos los fundamentos del test de una « hipótesis nula ».

Supongamos saber que una población puede tener la función densidad $f_0(x)$ o $f_1(x)$; sea nuestro problema la determinación de la verdadera densidad. Para ello indicaremos con:

H_0 : la hipótesis $f(x) = f_0(x)$

H_1 : la hipótesis contraria $f(x) = f_1(x)$.

Llamaremos hipótesis nula a H_0 .

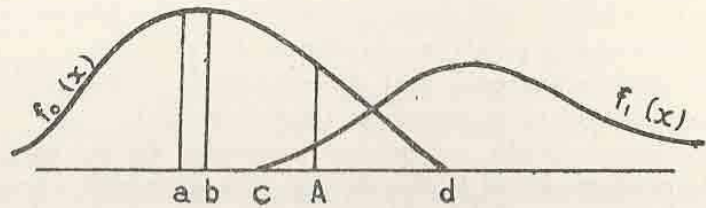


FIG. 1.

Para probar H_0 elegimos un número A (ver Fig. 1) y hacemos una observación x_1 . Si $x_1 < A$, H_0 se acepta; si $x_1 > A$, se rechaza.

Diremos que tenemos un *error tipo I* cuando rechazamos H_0 siendo cierta; es decir, que vale H_0 y es $x > A$; la probabilidad de cometer un error de ese tipo, es:

$$\int_A^{\infty} f_0(x) dx \quad [1]$$

que se llama *nivel de significancia* del test.

Tenemos un *error tipo II* cuando aceptamos H_0 siendo falsa. La probabilidad es:

$$\int_{-\infty}^A f_1(x) dx \quad [2]$$

Llamamos *región de aceptación* al intervalo $x < A$ y *región de rechazo* o *crítica* a $x > A$.

A se determina de manera que sea, por ejemplo,

$$\int_A^{\infty} f_0(x) dx = 0.05 \quad [3]$$

y tal que la región crítica haga mínima la probabilidad del error tipo II. Llamaremos *potencia* del test a:

$$1 - \int_{-\infty}^A f_1(x) dx = \int_A^{\infty} f_1(x) dx \quad [4]$$

El método general para determinar regiones críticas en el caso de una alternativa es simple. Para ciertos valores de x vale

$$\frac{f_1(x)}{f_0(x)} > K \text{ (arbitrario)} \quad [5]$$

Estos valores de x forman una región crítica. Si elegimos

$$K = \frac{f_1(A)}{f_0(A)} \quad [6]$$

[1] se satisface por el conjunto $x > A$, habida cuenta de la definición de A . Si K es menor que [6] tendremos otro conjunto $x > A'$ con $A' < A$. Este test será más potente (mayor probabilidad de aceptar H_1 cuando es cierta) pero nos da una probabilidad mayor para el error tipo I.

Un criterio general para construir tests de este tipo puede enunciarse así: para construir el mejor test para una probabilidad dada p de un error tipo I, elegimos como región crítica R el conjunto de puntos x tales que

$$f_1(x) > K f_0(x) \quad [7]$$

donde K se determina por la condición

$$\int_R f_0(x) dx = P \quad [8]$$

Nada impide que se presente una situación como la de la fig. 2, que nos servirá para ilustrar el método.

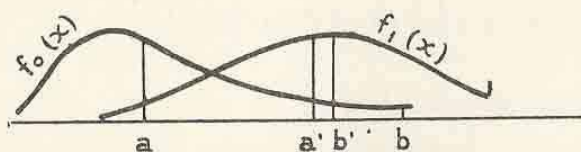


FIG. 2.

Una región crítica para $K = \frac{1}{2}$ está dado por el intervalo

$$a < x < b$$

La región de aceptación es, por supuesto, $x < a$ y $x > b$.

El test dado tiene potencia grande, pero su error tipo I es grande. Si elegimos un test con pequeña probabilidad de error tipo I, digamos 0.05, la región crítica se reducirá a $a' < x < b'$ y la hipótesis nula se aceptará en el 95 % de los casos en que es verdad.

Pero ahora la potencia del test es pequeña; a menudo no se rechazará H_0 cuando es falsa.

Esta situación puede corregirse tomando más observaciones.

Cuando un test se basa en una muestra de varias observaciones, la construcción es esencialmente la misma.

Sea una muestra de dos observaciones. La densidad de la misma es

$$f(x_1) f(x_2) \quad [9]$$

definida en el plano x_1, x_2 . Un test se define eligiendo una región crítica R en este plano, aceptándose H_0 si la muestra (x_1, x_2) cae fuera de R y rechazándola en caso contrario. Aquí también el mejor test está dado por la elección de R como el conjunto de puntos (x_1, x_2) tales que

$$\frac{f_1(x_1) f_1(x_2)}{f_0(x_1) f_0(x_2)} > K \quad [10]$$

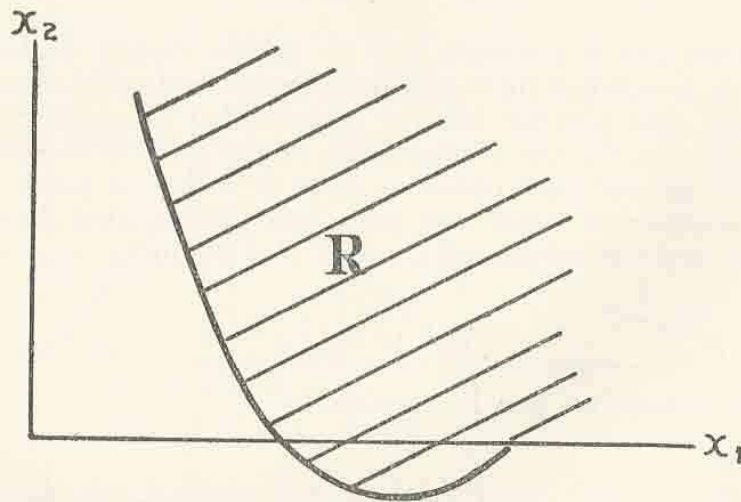


FIG. 3.

La probabilidad del error tipo I es:

$$\iint_R f_0(x_1) f_0(x_2) dx_1 dx_2 \quad [11]$$

y para ella, la potencia del test

$$\iint_R f_1(x_1) f_1(x_2) dx_1 dx_2$$

es máxima. La generalización a muestras de n dimensiones es inmediata y con ella trabajamos en lo que sigue.

2. ANÁLISIS SECUENCIAL.

Hemos visto los dos tipos de errores. Se da el error tipo I igual a α ; este número α determina uno A por la ecuación generalizada a n dimensiones.

$$\iint \dots \int_{\lambda_n > A} f_0(x_1) f_0(x_2) \dots f_0(x_n) dx_1 \dots dx_n = \alpha$$

donde

$$\lambda_n = \prod_{i=1}^n \frac{f_1(x_i)}{f_0(x_i)}$$

y la región crítica para el rechazo de la hipótesis nula H_0 es

$$\lambda_n > A$$

Esta región crítica hace mínima la probabilidad β del error tipo II.

Construcción del test secuencial. — Sea H_0 con función densidad $f_0(x)$ y H_1 con $f_1(x)$ como en el § 1. Indicaremos con x_1, x_2, \dots las observaciones efectuadas, donde el subíndice indica el orden de realización. El test secuencial hace uso de la razón

$$\lambda_m = \prod_{i=1}^m \frac{f_i(x_i)}{f_0(x_i)} \quad [1] \quad (\text{razón de verosimilitud})$$

y de dos números $A > 1$ y $0 < B < 1$. A medida que se hacen las observaciones, calculamos las razones $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ continuando el proceso mientras es:

$$B < \lambda_m < A \quad [2]$$

Si para algún m es $\lambda_m \leq B$ se acepta H_0 y el test termina; si $\lambda_m \geq A$ se rechaza H_0 y asimismo el test termina. Se puede demostrar que el test necesariamente finaliza por cierto m . Además, valen los valores aproximados:

$$A \simeq \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad [3]$$

$$B \simeq \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad [4]$$

Las ecuaciones [3] y [4] hacen el test secuencial muy simple; fijados α y β arbitrarios, se calculan A y B .

Funciones potencia. — Sea una función densidad $f(x, \theta)$ dependiente del parámetro θ ; para cada valor del cual tendremos una distribución diferente. Consideremos probar la hipótesis nula $\theta = \theta_0$ frente a la alternativa $\theta = \theta_1$. Nos interesa el comportamiento del test para todos los posibles valores de θ .

En particular, examinaremos la función potencia del test $P(\theta)$, que es la probabilidad de que θ_0 sea rechazada, siendo el verdadero valor del parámetro. Por supuesto

$$P(\theta_0) = \alpha \quad [5]$$

$$P(\theta_1) = 1 - \beta \quad [6]$$

y suponiendo $\theta_0 < \theta_1$ podemos esperar como forma de la función potencia la de la Fig. 3.

La forma de calcular $P(\theta)$ es sumando las probabilidades de que H_0 sea rechazada en cada observación. Será:

$$P(\theta) = P(\lambda_1 > A) + P(B < \lambda_1 < A; \lambda_2 > A) + \\ + P(B < \lambda_1 < A; B < \lambda_2 < A; \lambda_3 > A) + \dots \quad [7]$$

donde es, por ejemplo,

$$P(B < \lambda_1 < A; \lambda_2 > A) = \iint_R f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) dx_1 dx_2 \quad [8]$$

R está definido en el plano x_1, x_2 por:

$$B < \frac{f(x_1, \theta_1)}{f(x_1, \theta_0)} < A \quad \frac{f(x_1, \theta_1) f(x_2, \theta_1)}{f(x_1, \theta_0) f(x_2, \theta_0)} > A \quad [9]$$

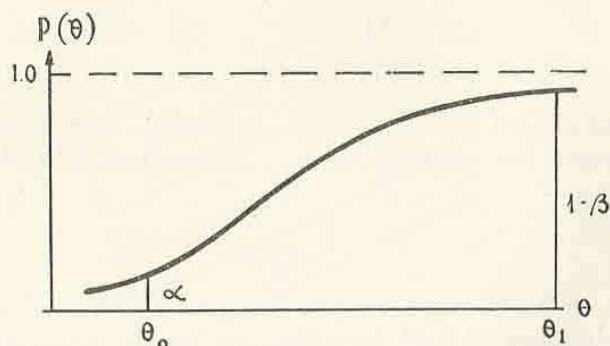


FIG. 4.

Este proceso para la determinación de $P(\theta)$ es sumamente laborioso. Damos a continuación el método empleado. Supongamos existe $h \neq 0$ tal que:

$$g(x_1, \theta) = \left[\frac{f(x_i, \theta_1)}{f(x_i, \theta_0)} \right]^h f(x_i, \theta) \quad [10]$$

es una función densidad, o sea

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x_1, \theta) dx = 1 \quad [11]$$

Si consideramos un test secuencial de la hipótesis nula H_0 con función densidad $f(x_1, \theta)$ y alternativa H_1' ; función densidad $g(x_1, \theta)$. En este caso el test continúa mientras

$$B^h < \frac{g(x_1, \theta) g(x_2, \theta) \dots g(x_m, \theta)}{f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \dots f(x_m, \theta)} < A^h \quad [12]$$

y cesa cuando cae fuera de los límites. Hemos supuesto $h > 0$; en caso contrario los límites se invierten. Por [10], el test definido aquí es equivalente a:

$$B < \frac{f(x_1, \theta_1) f(x_2, \theta_2) \dots f(x_m, \theta_m)}{f(x_1, \theta_0) f(x_2, \theta_0) \dots f(x_m, \theta_0)} < A \quad [13]$$

Se llega a los valores aproximados:

$$A^h \simeq \frac{1 - \beta'}{\alpha'} \quad [14]$$

$$B^h \simeq \frac{\beta'}{1 - \alpha'} \quad [15]$$

Con α' y β' los valores equivalentes a α y β .

Resolviendo este par de ecuaciones con respecto a α' , tendremos:

$$\alpha' = P(\theta) \simeq \frac{1 - B^h}{A^h - B^h} \quad [16]$$

El valor de h se determina por la condición [11].

Amplitud media de la muestra. — Puede demostrarse que la amplitud media de la muestra es:

$$E(n) \simeq \frac{P(\theta) \log A + [1 - P(\theta)] \log B}{E(Z)} \quad [17]$$

con

$$Z = \log \frac{f(x, \theta_1)}{f(x, \theta_0)}$$

En general, resulta ser de aproximadamente la mitad de una muestra equivalente de amplitud fija.

V. APLICACIONES

Pasemos ahora al estudio de las aplicaciones prácticas de los test secuenciales. Para ello tratemos el caso de la distribución binomial, aplicándolo al estudio del dimensionamiento de una usina hidroeléctrica.

Distribución binomial. — Trátase del dimensionamiento de una instalación según que una observación simple sea probable o contraria con vistas al resultado final sobre aceptabilidad o rechazo del dimensionamiento efectuado.

Sea $f(x, \theta)$ donde $\theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$; en particular

$$H_1: f(x, \theta_1)$$

$$H_2: f(x, \theta_2)$$

Sabemos que debe ser, llamando

$$\lambda_n = \prod_i \frac{f(x_i, \theta_2)}{f(x_i, \theta_1)} \quad (n \text{ observaciones})$$

$$\lambda_n > A \quad \text{se acepta } H_2$$

$$\lambda_n < B \quad \text{se acepta } H_1$$

$$B < \lambda_n < A \quad \text{continúa la experiencia.}$$

Si para $f(x, \theta)$, x puede tomar dos valores: 1 y 2, que, en el caso $x = 2$, siendo cierta la hipótesis H_2 : $f(2, \theta_1) = \theta_1$. En cambio, si para $x = 1$ es cierta H_2 , tenemos $f(1, \theta_2) = 1 - \theta_2$ y la validez de H_2 da $f(1, \theta_1) = 1 - \theta_1$.

$$\therefore \frac{f(x_i, \theta_2)}{f(x_i, \theta_1)} = \frac{\theta_2}{\theta_1} \quad \text{si } x_i = 2 \quad [18]$$

$$= \frac{1 - \theta_2}{1 - \theta_1} \quad \text{si } x_i = 1 \quad [19]$$

y si en n observaciones llamamos d_n el número de casos favorables a H_2 tenemos:

$$\begin{aligned} \log \frac{\theta_{2n}}{\theta_{1n}} &= \log \frac{\prod_i f(x_i, \theta_2)}{\prod_i f(x_i, \theta_1)} = \log \frac{\theta_2^{d_n} (1 - \theta_2)^{n - d_n}}{\theta_1^{d_n} (1 - \theta_1)^{n - d_n}} = \\ &= d_n \log \frac{\theta_2}{\theta_1} + (n - d_n) \log \frac{(1 - \theta_2)}{(1 - \theta_1)} \end{aligned} \quad [20]$$

que teniendo en cuenta los valores aproximados de A y B nos da la existencia de dos rectas en la forma del gráfico de la Fig. 5.

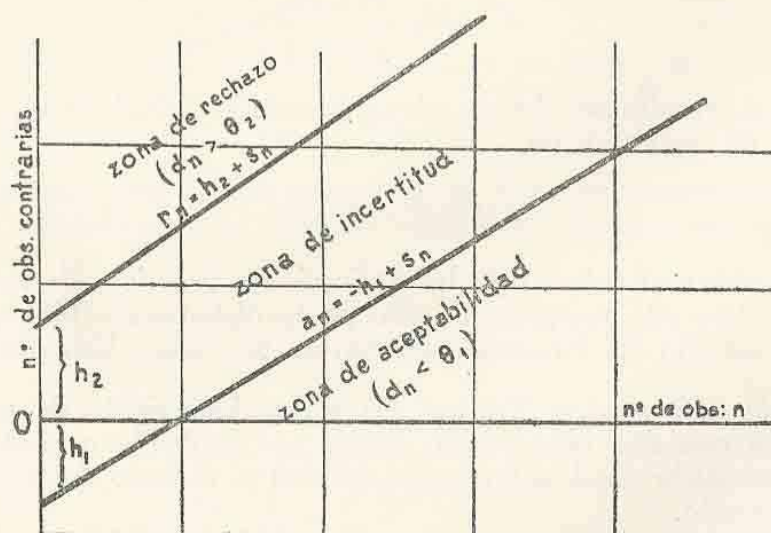


FIG. 5.

donde

$$h_1 = \left. \begin{aligned} &\log \left(\frac{1 - \alpha}{\beta} \right) \\ &\log \frac{\theta_2}{\theta_1} \left(\frac{1 - \theta_1}{1 - \theta_2} \right) \end{aligned} \right\} \quad [21]$$

$$h_2 = \left. \begin{aligned} &\log \left(\frac{1 - \beta}{\alpha} \right) \\ &\log \frac{\theta_2}{\theta_1} \left(\frac{1 - \theta_1}{1 - \theta_2} \right) \end{aligned} \right\} \quad [22]$$

Las dos rectas son paralelas con pendiente común

$$S = \frac{\log \left(\frac{1 - \theta_1}{1 - \theta_2} \right)}{\log \frac{\theta_2}{\theta_1} \left(\frac{1 - \theta_1}{1 - \theta_2} \right)} \quad [23]$$

Es claro que

$$\begin{cases} a_n = -h_1 + s_n & \text{(recta superior)} \\ r_n = +h_2 + s_n & \text{(recta inferior)} \end{cases} \quad [24]$$

son los índices de aceptabilidad y rechazo.

Curva de operación.— Sea θ = porcentaje de casos contrarios (H_2). Podemos construir una curva que exprese la probabilidad de la verificación en función de θ . Esta curva O. C. (operating curve), que es simplemente una aproximación a la ley binomial, la llamaremos L .

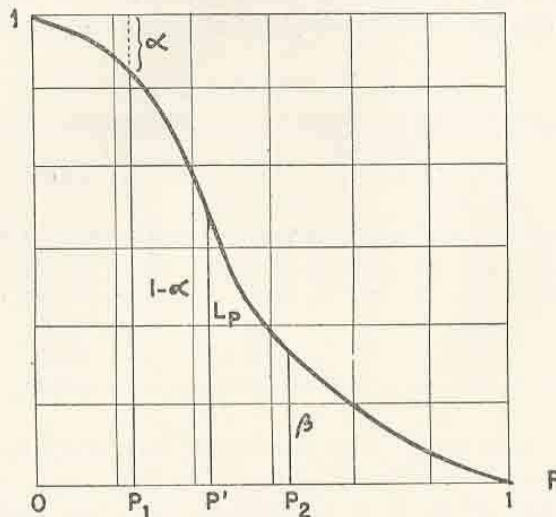


FIG. 6.

Cuando el porcentaje de casos contrarios tiende a cero $L_0 \rightarrow 1$.

La curva O. C. nos da por tanto la probabilidad con la cual, por ejemplo, el dimensionamiento de una instalación de cierta calidad p puede resultar aceptable o no. Desde el punto de vista teórico es deseable que todas las instalaciones bien dimensionadas superen la verificación y las malas no.

Pero es claro que no puede existir una división perfecta entre bueno y malo, sino un pasaje gradual de uno a otro. La curva O. C. es el resultado de preferencias entre decisiones inexactas que pueden ser toleradas y el correspondiente número mínimo de observaciones a efectuar.

Por lo tanto, cuanto más limitado es el intervalo entre aceptación y rechazo tanto mayor es el número de observaciones necesarias.

Para el trazado de la curva se establecen *a priori* los valores de θ_1 y θ_2 tales que para calidad mayor o igual a θ_1 se acepta y si es menor o igual a θ_2 se rechaza. Para valores intermedios es indiferente la aceptación o rechazo.

CUADRO A. — Valores principales y auxiliares para el análisis secuencial de la distribución binomial

Valores principales o auxiliares	Características de los valores	Valores numéricos correspondientes	Valores principales o auxiliares	Características de los valores	Valores numéricos correspondientes
$\alpha = \beta$	$\alpha = \beta$	0.10	(12)	$-(8) + \theta_2$ (9)	0.01928
(1)	$\log 10.000 = \log 10.000$	3.0000	S	(8) (9)	0.1452
(2)	$\log 10.000 (1-) = 10.000 (1-)$	3.9542	\bar{n}_1^*	$\frac{(2)-(1)}{(7)}$	3.2
$\log \frac{1-\beta}{\alpha} = \log \frac{1-\alpha}{\beta}$	(2) — (1)	0.9542	\bar{n}_0^*	$\frac{(2)-(1)}{(8)}$	18.5
θ_1	$(1-\alpha) a - \beta a$	0.7634	$h_1 = h_2$	$\frac{(2)-(1)}{(9)}$	2.810
θ_2	θ_1	0.10	$h_1 + h_2$	$h_1 + h_2$	5.619
(3)	$\log 10.000 \theta_1$	3.0000	I_s	$h_2/h_1 + h_2$	0.5
(4)	$\log 10.000 \theta_2$	3.3010	${}_s I_s$	${}_s I_s$	0.073
(5)	$\log 10.000 (1-\theta_2)$	3.9031	\bar{n}_s^*	$a. \mu$ (10)	59.1
(6)	$\log 10.000 (1-\theta_1)$	3.9542	$\bar{n}_{\theta_1}^*$	μ (11)	47.9
(7) $\log \frac{\theta_2}{\theta_1}$	(4) — (3)	0.3010	$\bar{n}_{\theta_2}^*$	μ (12)	39.6
(8) $\log \frac{1-\theta_1}{1-\theta_2}$	(6) — (5)	0.0512			
(9)	(7) + (8)	0.3522			
(10)	(7) × (8)	0.01540			
(11)	(8) — θ_1 (9)	0.01514			

* Existe una relación [17] entre $\bar{n}_0 = E(\theta)$ y θ dada en el caso a estudio de la distribución binomial por:

$$\bar{n}_0 = I_0 \frac{(h_1 + h_2) - h_2}{S - \theta}$$

La curva ASN se calcula con los valores

$$0 = 0 ; \bar{n}_0 = \frac{h_1}{S}$$

$$0 = \theta_1 ; \bar{n}_{\theta_1} = \frac{(I-\alpha) h_1 - \alpha h_2}{S - \theta_1}$$

$$0 = S ; \bar{n}_s = \frac{h_1 - h_2}{S(I-S)} = \frac{h_1 - h_2}{n_0 n_1}$$

$$0 = \theta_2 ; \bar{n}_{\theta_2} = \frac{(I-\beta) h_2 - \beta h_1}{\theta_2 - S}$$

$$0 = I ; \bar{n}_1 = \frac{h_2}{I-S}$$

Para el trazado de la curva tendremos en cuenta los siguientes valores característicos:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \theta = 0 & L_0 = 1 \\ \theta = \theta_1 & L_{01} = 1 - \alpha \\ \theta = \theta_2 & L_{02} = \beta \\ \theta = 1 & L_1 = 0 \end{array} \right. \quad [25]$$

Otra curva importante se obtendrá dibujando el valor $E(n)$ por [17], que llamaremos simplemente $E(n)$. (A. S. N. en la designación original, siglas de Average Sample Number).

Método operativo.— Para el desarrollo del análisis secuencial de la distribución binomial debemos partir por imponer los valores α y β probabilidades de los errores tipo I y II (grados de riesgo), así como θ_1 y θ_2 , « índices de calidad ».

Con estos valores fijados como se indica en el cuadro A podemos calcular los valores medios $n_0 = E(n_0)$ así como las rectas fundamentales del proceso secuencial. El cuadro es lo suficientemente explícito.

CUADRO B. — Curvas OC y ASN

Abscisa	Ordenada	
	Curva OC	Curva ASN
0	1	19
0,1	0,9	48
0,15	0,5	60
0,20	0,1	40
1,00	0	4

El cuadro que antecede nos permitirá dibujar estas curvas. De la ASN se tiene entre otras cosas que el número de observaciones necesarias para llegar a una decisión no será superior a $3 \times 48 = 144$.

En cuanto a las dos rectas que delimitan la zona de aceptabilidad o inaceptabilidad son las:

$$a_n = -2.81 + 0.145$$

$$r_n = 2.81 + 0.145$$

como resulta del cuadro A y cuyos valores están calculados en el ejemplo que se trata más adelante.

VI. — EJEMPLOS NUMERICOS

Caso de la determinación de la potencia de una instalación.

1. POTENCIA FIRME.

La potencia firme está dada, teóricamente, por el caudal mínimo *minorum*. Pero este caudal sólo se presenta durante un día en todo el período de observaciones y como carece de sentido práctico se toma como potencia firme aquel caudal de los promedios mínimos de cada año

que tenga la probabilidad de producirse el 90 %, es decir que sólo se presentarían valores inferiores durante el 10 % de los años de observación.

PLANILLA I

Año	Mínimo del período m ³ /seg	Promedio mensual mínimo del período m ³ /seg	Promedio anual (módulo) m ³ /seg
1909-1910	23	26.6	31.5
1910-1911	18	22.0	27.4
1911-1912	16	19.6	24.5
1912-1913	15	16.7	51.8
1913-1914	19	24.8	30.1
1914-1915	22	27.6	180.1
1915-1916	49	56.4	125.2
1916-1917	28	28.9	48.3
1917-1918	20	22.4	30.9
1918-1919	24	28.3	54.1
1919-1920	29	51.9	194.9
1920-1921	52	55.6	84.8
1921-1922	52	56.4	102.9
1922-1923	38	40.1	67.4
1923-1924	28	29.6	48.1
1924-1925	15	16.9	27.0
1925-1926	23	25.6	42.4
1926-1927	31	37.0	121.6
1927-1928	37	38.8	66.5
1928-1929	33	34.9	53.0
1929-1930	28	33.8	55.5
1930-1931	31	36.9	114.7
1931-1932	38	41.5	77.0
1932-1933	23	27.5	46.1
1933-1934	23	26.6	45.5
1934-1935	34	38.7	90.7
1935-1936	30	31.5	44.7
1936-1937	27	29.6	40.0
1937-1938	27	29.7	58.9
1938-1939	22	28.3	34.7
1939-1940	23	25.5	29.0
1940-1941	24	27.0	61.8
1941-1942	27	39.8	142.4
1942-1943	41	53.8	81.3
1943-1944	38	45.0	59.7
1944-1945	35	41.0	78.0
1945-1946	29	31.1	38.3
1946-1947	24	25.5	33.1
1947-1948	22	22.0	34.2
1948-1949	26	25.7	52.7
1949-1950	30	30.5	32.7
1950-1951	24	24.5	34.9
1951-1952	23	23.4	31.7
1952-1953	29	28.5	46.8

Se trata ahora de determinar en base a un record de 45 años la potencia firme en una instalación sin embalse sobre un río argentino. Para ello y a título de comparación se han tomado dos casos:

a) Probar la hipótesis en base al mínimo del período (mínimo *minimorum*) de cada período hidrológico (Planilla 1, columna 1).

b) Idem para el promedio mensual mínimo de cada período que es el de significado real (Planilla 1, columna 2).

CUADRO I. — *Mínimo minimum del período. (Hipótesis 19 m³/s.)*

Nº	Mínimos del período	Clas. Obs. + Fav. — Contr.	a_n Ind. acep.	d_n Nº obs. contr.	r_n Ind. rechazo	Nº	Mínimos del período	Clas. Obs. + Fav. — Contr.	a_n Ind. acep.	d_n Nº obs. contr.	r_n Ind. rechazo
1	25	+	—	0	4	57	29	+	2	4	8
2	18	—	—	1	4	58	24	+	2	4	8
3	16	—	—	2	4	59	24	+	2	4	9
4	15	—	—	3	4	40	22	+	3	4	9
5	19	+	—	3	4	41	30	+	3	4	9
6	22	+	—	3	4	42	24	+	3	4	10
7	49	+	—	3	4	43	23	+	3	4	10
8	28	+	—	3	4	44	26	+	3	4	10
9	20	+	—	3	5	45		+	3	4	10
10	24	+	—	3	5	46		+	3	4	10
11	29	+	—	3	5	47		+	4	4	10
12	52	+	—	3	5	48		+	4	4	10
13	52	+	—	3	5	49		+	4	4	10
14	58	+	—	3	5	50		+	4	4	10
15	28	+	—	3	6	51		+	4	4	11
16	15	—	—	4	6	52		+	4	4	11
17	23	+	—	4	6	53		+	4	4	11
18	51	+	—	4	6	54		+	5	5	11
19	37	+	—	4	6	55		+	5	5	11
20	33	+	—	4	6	56		+	5	5	11
21	28	+	—	4	6	57		+	5	5	11
22	51	+	—	4	6	58		+	5	5	12
23	38	+	—	4	7	59		+	5	5	12
24	23	+	—	4	7	60		+	5	5	12
25	23	+	—	4	7	61		+	6	6	12
26	34	+	—	4	7	62		+	6	6	12
27	30	+	1	4	7	63		+	6	6	12
28	27	+	1	4	7	64		+	6	6	13
29	27	+	1	4	7	65		+	6	6	13
30	22	+	1	4	8	66		+	6	6	13
31	23	+	1	4	8	67		+	6	6	13
32	24	+	1	4	8	68		+	6	6	13
33	27	+	2	4	8	69		+	7	7	13
34	41	+	2	4	8	70		+	7	7	13
35	38	+	2	4	8			+	7	7	13
36	55	+	2	4	8			+	7	7	13

Se advierte a partir de la observación Nº 40 una marcada tendencia a la verificación de la hipótesis.

CUADRO II. — Promedios mensuales mínimos. Caso de 19 m^3/s

Nº	Promedios de los mínimos mensuales	Clas. Obs. + Fav. — Contr.	a_n Ind. acep.	d_n N° obs. contr.	r_n Ind. rechazo	Nº	Promedios de los mínimos mensuales	Clas. Obs. + Fav. — Contr.	a_n Ind. acep.	d_n N° obs. contr.	r_n Ind. rechazo
1	26.6	+	—	0	4	36	41.0	+	2	2	9
2	22.0	+	—	0	4	37	31.1	+	2	2	9
3	19.6	+	—	0	4	38	25.5	+	2	2	9
4	16.7	+	—	1	4	39	22.0	+	2	2	9
5	24.8	+	—	1	4	40	25.7	+	3	3	9
6	27.6	+	—	1	4	41	30.5	+	3	3	9
7	56.4	+	—	1	4	42	24.5	+	3	3	9
8	28.9	+	—	1	4	43	25.4	+	3	3	10
9	22.4	+	—	1	5	44	28.5	+	3	3	10
10	28.3	+	—	1	5	45		+	3	3	10
11	51.9	+	—	1	5	46		+	3	3	10
12	55.6	+	—	1	5	47		+	4	4	10
13	56.4	+	—	1	5	48		+	4	4	10
14	40.1	+	—	1	5	49		+	4	4	10
15	29.6	+	—	1	5	50		+	4	4	11
16	16.9	+	—	2	6	51		+	4	4	11
17	25.6	+	—	2	6	52		+	4	4	11
18	37.0	+	—	2	6	53		+	4	4	11
19	38.8	+	—	2	6	54		+	4	4	11
20	34.9	+	—	2	6	55		+	5	5	11
21	35.8	+	—	2	6	56		+	5	5	11
22	36.9	+	—	2	6	57		+	5	5	11
23	41.5	+	—	2	7	58		+	5	5	12
24	27.5	+	—	2	7	59		+	5	5	12
25	26.6	+	—	2	7	60		+	5	5	12
26	38.7	+	1	2	7	61		+	6	6	12
27	51.5	+	1	2	7	62		+	6	6	12
28	29.6	+	1	2	7	63		+	6	6	12
29	29.7	+	1	2	7	64		+	6	6	13
30	28.3	+	1	2	8	65		+	6	6	13
31	25.5	+	1	2	8	66		+	6	6	13
32	27.0	+	1	2	8	67		+	6	6	13
33	39.8	+	2	2	8	68		+	7	7	13
34	53.8	+	2	2	8	69		+	7	7	13
35	45.0	+	2	2	8	70		+	7	7	13

Hipótesis verificada en el N° 40; tendencia observable en toda la tabla y en forma neta en la Observación N° 33.

CUADRO III. — Promedios mensuales mínimos. Caso de 22 m³/s

Nº	Promedios de los mínimos mensuales	Clas. Obs. + Fav. — Contr.	a_n Ind. acep.	d_n N° obs. contr.	r_n Ind. rechazo.	Nº	Promedios de los mínimos mensuales	Clas. Obs. + Fav. — Contr.	a_n Ind. acep.	d_n N° obs. contr.	r_n Ind. rechazo
1	26.6	+	—	0	4	56	41.0	+	—	2	9
2	22.0	+	—	0	4	57	51.1	+	—	2	9
3	19.6	—	—	1	4	58	25.5	+	—	2	9
4	16.7	—	—	2	4	59	22.0	+	—	2	9
5	24.8	+	—	2	4	40	25.7	+	—	3	9
6	27.6	+	—	2	4	41	30.5	+	—	3	9
7	56.4	+	—	2	4	42	24.5	+	—	3	9
8	28.9	+	—	2	4	43	25.4	+	—	3	10
9	22.4	+	—	2	4	44	28.5	+	—	3	10
10	28.5	+	—	2	5	45				3	10
11	51.9	+	—	2	5	46				3	10
12	55.6	+	—	2	5	47				3	10
13	56.4	+	—	2	5	48				4	10
14	40.1	+	—	2	5	49				4	10
15	29.6	+	—	2	5	50				4	10
16	16.9	—	—	3	6	51				4	11
17	25.6	+	—	3	6	52				4	11
18	37.0	+	—	3	6	53				4	11
19	58.8	+	—	3	6	54				4	11
20	54.9	+	—	3	6	55				5	11
21	33.8	+	—	3	6	56				5	11
22	36.9	+	—	3	6	57				5	11
23	41.5	+	—	3	7	58				5	12
24	27.5	+	—	3	7	59				5	12
25	26.6	+	—	3	7	60				5	12
26	38.7	+	—	3	7	61				5	12
27	51.5	+	1	3	7	62			1	6	12
28	29.6	+	1	3	7	63			1	6	12
29	29.7	+	1	3	7	64			1	6	12
30	28.3	+	1	3	8	65			1	6	13
31	25.5	+	1	3	8	66			1	6	13
32	27.0	+	1	3	8	67			1	6	13
33	39.8	+	2	3	8	68			2	6	13
34	55.8	+	2	3	8	69			2	7	13
35	45.0	+	2	3	8	70			2	7	13

Obsérvese la posible absoluta verificación de la hipótesis de acuerdo con el desarrollo del cuadro.

CUADRO IV. — Promedios anuales (módulo). Caso de 27 m³/s

Nº	Promedios anuales	Clas. Obs. + Fav. — Contr.	a_n Ind. acep.	d_n Nº obs. contr.	r_n Ind. rechazo	Nº	Promedios anuales	Clas. Obs. + Fav. — Contr.	a_n Ind. acep.	d_n Nº obs. contr.	r_n Ind. rechazo
1	32	+	—	0	4	36	78	+	2	1	9
2	27	+	—	0	4	37	58	+	2	1	9
3	25	—	—	1	4	38	33	+	2	1	9
4	52	+	—	1	4	39	34	+	2	1	9
5	30	+	—	1	4	40	53	+	3	1	9
6	180	+	—	1	4	41	33	+	3	1	9
7	125	+	—	1	4	42	34	+	3	1	9
8	48	+	—	1	4	43	31	+	3	1	10
9	30	+	—	1	5	44	47	+	3	1	10
10	54	+	—	1	5	45	47	+	3	1	10
11	195	+	—	1	5	46	47	+	3	1	10
12	85	+	—	1	5	47	48	+	4	1	10
13	103	+	—	1	5	48	48	+	4	1	10
14	67	+	—	1	5	49	48	+	4	1	10
15	48	+	—	1	5	50	48	+	4	1	11
16	27	+	—	1	6	51	52	+	4	1	11
17	42	+	—	1	6	52	53	+	4	1	11
18	122	+	—	1	6	53	54	+	4	1	11
19	67	+	—	1	6	54	55	+	5	1	11
20	53	+	—	1	6	55	56	+	5	1	11
21	56	+	—	1	6	56	57	+	5	1	11
22	115	+	—	1	7	57	58	+	5	1	12
23	77	+	—	1	7	58	59	+	5	1	12
24	46	+	—	1	7	59	60	+	5	1	12
25	46	+	—	1	7	60	61	+	5	1	12
26	91	+	1	1	7	61	62	+	6	1	12
27	45	+	1	1	7	62	63	+	6	1	12
28	40	+	1	1	7	63	64	+	6	1	12
29	59	+	1	1	7	64	65	+	6	1	13
30	35	+	1	1	8	65	66	+	6	1	13
31	29	+	1	1	8	66	67	+	6	1	13
32	62	+	1	1	8	67	68	+	7	1	13
33	142	+	2	1	8	68	69	+	7	1	13
34	81	+	2	1	8	69	70	+	7	1	13
35	60	+	2	1	8	70		+	7	1	13

Hipótesis aceptable en el N° 33. Si tomamos 29 m³/s. un cálculo análogo nos muestra una tendencia hacia su aceptación.

2. POTENCIA CON EL MÓDULO.

Probar la hipótesis para los promedios anuales (módulos). (Planilla 1, columna 3).

VII. — RESULTADOS

En el caso 1, *a*), de acuerdo con el cuadro I, se observa una marcada tendencia hacia la verificación de la hipótesis de 19 m³/s como potencia firme.

En el caso 1, *b*), se probaron las hipótesis de potencia firme de 19 m³/s y de 22 m³/s. La primera se verifica y se observa también una marcada tendencia a la verificación de la segunda (Cuadros II y III).

En el caso 2 vale la hipótesis de 27 m³/s (módulo) y el Cuadro IV muestra que existe una tendencia a la verificación de la hipótesis de 29 m³/s.

En este ejemplo debemos hacer notar que los valores correspondientes a los períodos hidrológicos de 1910 a 1914 son sumamente bajos. El análisis de las condiciones climatológicas de los años no permite desechar esos datos, pues aun así, dada la poca frecuencia de valores tan bajos, nos permite inclinarnos a tomar el valor 22 m³/s como potencia firme.

BIBLIOGRAFÍA

- COLUMBIA UNIVERSITY. STATISTICAL RESEARCH GROUP. — « Sequential Analysis of Statistical Data: Applications ». N. York, 1953 (2ª impresión).
- DINO TONINI. — « Sulla attendibilità del dimensionamento degli impianti idroelettrici ». *L'Energia Elettrica*. Fasc. 3, Vol. XXIX, 1952.
- A. WALD. — « Sequential Analysis ». N. York, 1948.
- A. HALD. — « Statistical Theory. Engineering Applications ». N. York, 1952.
- A. M. MOOD. — « Introduction to the Theory of Statistics. N. York, 1950.

551.586 : 635

COMPORTAMIENTO FENOLÓGICO Y FECHA ÓPTIMA DE PLANTACIÓN DE CUATRO VARIEDADES DE PAPA, EN BALCARCE

POR EMILIO VAN GOOL *

Resumen. — Se estudia el comportamiento fenológico de cuatro variedades de papa: Katahdin, White Rose, Sebago y Huinkul, en la zona de Balcarce a través de un ensayo de plantaciones continuadas durante los años 1950-51, 1951-52 y 1952-53. Entre las conclusiones más interesantes a que se arriba deben mencionarse la de la correcta fecha de plantación en la región, y el hecho de que las plantaciones tempranas producen rendimientos superiores a las tardías.

Summary. — The phenological behavior of four potato varieties: Katahdin, White Rose, Sebago and Huinkul in the Balcarce zone, through a test of continuous plantings, during the years 1950-51, 1951-52 and 1952-53 is here discussed. Among the most interesting conclusions reached we ought to point out the correct sowing date in the embraced region, and that early planting dates arise the yield higher than the late ones.

INTRODUCCION Y ANTECEDENTES

La finalidad primordial de este trabajo es determinar la época ideal de plantación de algunas variedades de papa y su comportamiento fenológico en la región papera del sudeste de la provincia de Buenos Aires. Es notorio que tal delimitación de fecha tropieza con la dificultad de referirse a un tipo de plantación que se realiza en grandes extensiones y en un período temporal relativamente amplio. Fundamental es, entonces, determinar sus límites óptimos.

Con la incorporación paulatina de la maquinaria agrícola en los cultivos de papa, la plantación de una chacra se realiza en forma más económica y en un menor tiempo, por lo que las conclusiones de este trabajo adquirirán un mayor valor a medida que la técnica agrícola permita acortar la duración de la plantación.

Una de las principales características de la zona de Balcarce, en cuanto a su topografía, son las serranías. Los agricultores que se ven obligados a efectuar plantaciones en campos quebrados, prácticamente las realizan en forma escalonada, pues es común observar que las partes altas se destinan a las plantaciones tempranas, en tanto que las bajas se dejan para el final. En esta forma, a pesar del inconveniente de la menor humedad de las lomas se disminuye el riesgo que provocan siempre las últimas heladas.

El cultivo de papa está influido por los distintos elementos meteorológicos no sólo desde el momento que se planta hasta su cosecha,

* Ingeniero Agrónomo. Jefe de la Estación Agrometeorológica de Balcarce, del Servicio Meteorológico Nacional.

sino luego de ésta, durante la conservación hasta la siguiente plantación. La cantidad de precipitación durante el ciclo vegetativo controla prácticamente los rendimientos, en tanto que la temperatura es el elemento meteorológico fundamental en la conservación de la papa destinada a la futura plantación, pues existe una estrecha relación entre temperatura y brotación del tubérculo en pila. Una lluvia oportuna días antes de la floración o aun en floración, asegura al agricultor un rendimiento que, en la mayor parte de los casos, lo preserva por lo menos de pérdidas. Las precipitaciones hacia el final del período vegetativo inciden negativamente, pues muchas veces producen un rebrote siempre perjudicial, y si ocurren después que el cultivo ha soportado una prolongada sequía, provocan una deformación de los tubérculos, con su consiguiente depreciación.

La temperatura es un factor importante en los primeros estados de crecimiento de la planta, donde muchas veces heladas tardías de regular intensidad seguidas de tiempo seco provocan serios reveses, pues la planta se ve precisada a desgastar energías para su recuperación, en desmedro de la tuberización.

La influencia de los elementos climáticos en el cultivo de la papa ha merecido particular atención de muchos investigadores, quienes destacan especialmente las relaciones de aquéllos con los rendimientos.

Con respecto a la precipitación podemos citar el trabajo de SMITH (1915), quien determinó que el período crítico de la papa respecto a este elemento se corresponde con la floración, lo que fué ajustado por VIGGIANI (1927), al afirmar que si la humedad se encuentra en defecto durante los 20 días que preceden a la floración los rendimientos serán inferiores a lo normal.

Si bien es necesaria abundante cantidad de precipitación durante el período crítico, un exceso en el resto del período vegetativo produce mermas en el rendimiento, tal como lo demostró SCHRUMPF (1935).

El mismo SMITH ha demostrado que es necesario un verano fresco y húmedo para obtener un buen rendimiento, citando que en los EE. UU. la papa se cultiva en gran escala en regiones con temperatura media anual que oscila entre 4 y 10°C y la temperatura del mes más caliente no pasa de los 21°C. Este autor (1915) trazó las isofenas de plantación de la papa para EE. UU., carta complementada por BAKER *et al.* (1917). También BUSHNELL (1926) determinó la fecha de plantación más conveniente en Ohio, EE. UU.

En nuestro país, BURGOS en una serie de trabajos (1939), (1941), (1945) y (1946), llegó a determinar que el régimen térmico es el factor ecológico principal en la calidad de la papa simiente y que se obtienen los máximos rendimientos con un termoperíodo anual y diario fresco y de corta amplitud. Con el método de corresponsales y encuestas confeccionó la carta de plantación de la papa en la región pampeana. Otros autores, FOULON (1939) y MILLAN (1945), también se refirieron a las épocas de plantación de los principales centros productores del país.

La importancia de la temperatura en el período de descanso de la

papa, se puso de manifiesto en distintos trabajos. MILLAN y PUJALS (1948) efectuaron un ensayo de conservación de papa en silos subterráneos sin llegar a resultados satisfactorios; en cambio, CAVIA y CARUSO (1952), al efectuar un estudio de conservación de semilla de papa de la variedad Katahdin en la región sudeste de la provincia de Buenos Aires, llegaron a la conclusión de que el mejor comportamiento se obtenía manteniendo los tubérculos a 4°C con lo que se aseguró una brotación más vigorosa y uniforme.

MATERIAL Y METODO

La totalidad de los datos utilizados en este trabajo se obtuvieron del ensayo de plantación continuada de papa realizado en la Estación Agrometeorológica de Balcarce, situada en el campo de la estación experimental dependiente del Ministerio de Agricultura y Ganadería de la Nación, lugar que sintetiza prácticamente las condiciones ecológicas de la zona, durante los años agrícolas 1950-51, 1951-52 y 1952-53.

El material utilizado fue cuatro variedades de papa, tres de ellas de amplia difusión en la zona: Katahdin, White Rose y Huinkul y la restante aún no muy difundida: Sebago.

La variedad Katahdin, la de mayor área de difusión en el sudeste de la provincia de Buenos Aires, corresponde al número de "seedling" 42667, creada en el año 1923, en la Planta de Mejoramiento de Papa de Arrostook Farm. Presque Isle, Maine y lanzada al comercio en 1932; su pedigree es U.S.D.A. 24642 por 40568. Fue traída al país en el año 1936 por el Ing. Agr. Roberto Millán.

La variedad White Rose se introdujo al país en la primavera del año 1914.

Sebago, variedad que corresponde al número de "seedling" 44488, se originó por cruzamiento de Chipewa por Katahdin en el Departamento de Agricultura de Estados Unidos en el año 1938 y se planta en Argentina desde 1947.

Huinkul, es la primera variedad obtenida en la República Argentina, mediante una selección realizada en la Estación Experimental de Balcarce, con objeto de conseguir una variedad con mayor duración del período de reposo, para evitar los desbrotos previos a la plantación que inciden en forma negativa sobre el posterior rendimiento y aceleran el decaimiento de las variedades actualmente en cultivo. Esto último determina la introducción periódica de "semillas" del extranjero principalmente de Estados Unidos y Canadá. A este respecto, White Rose también es de período largo de reposo, en tanto Katahdin y Sebago poseen un descanso más reducido.

El método utilizado consistió en la plantación escalonada cada diez días con dos repeticiones, en parcelas distribuidas al azar. Cada variedad se plantó en una parcela de cuatro surcos de 2,60 m de ancho por 10 m de largo. Se usó al efecto papa cortada colocándola a 0,40 m entre planta y planta y 0,65 m entre surco y surco, buscando en lo posible representar en la parcela las condiciones normales del gran cultivo.

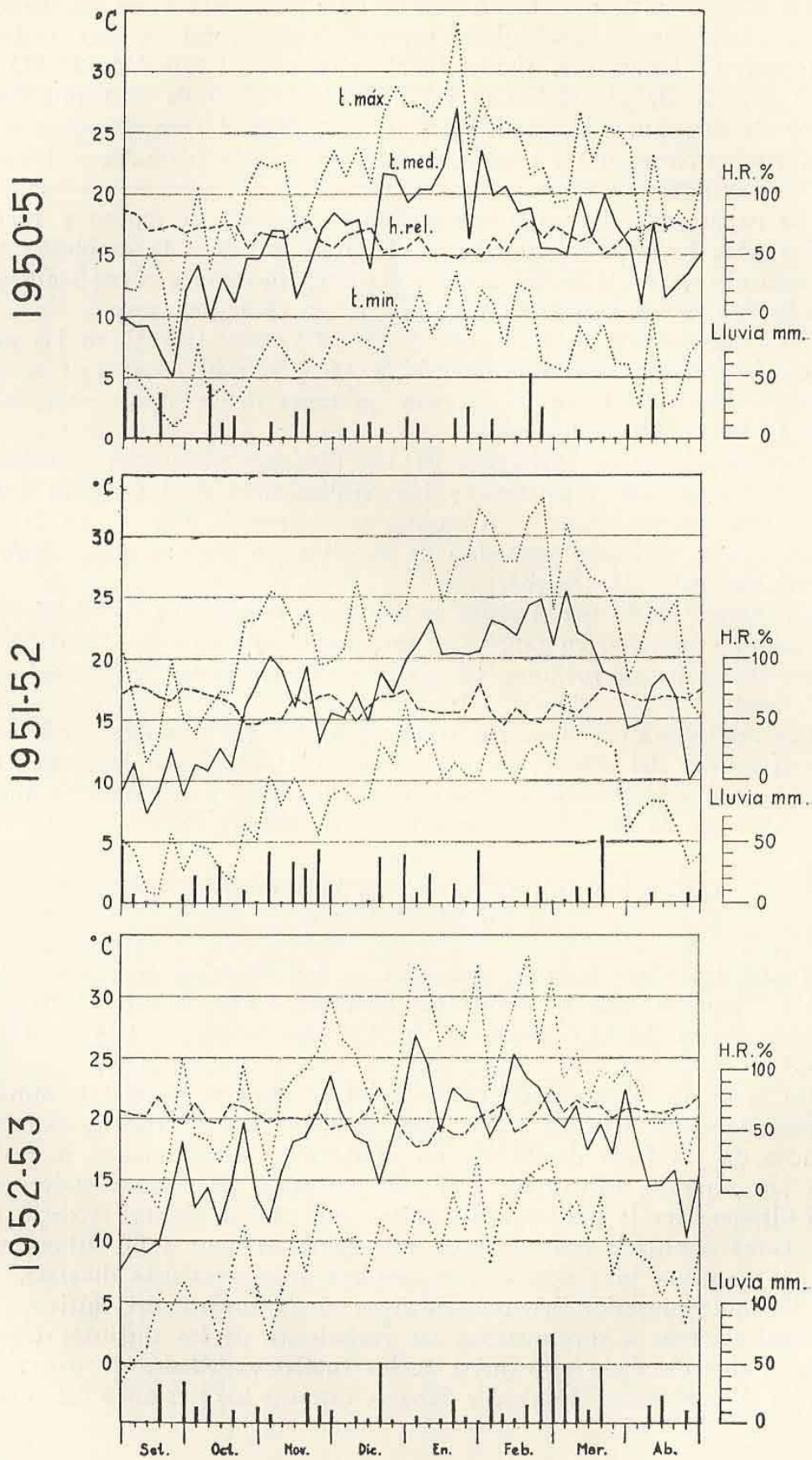


FIG. 1. — Variación pentádica de los valores de temperatura máxima, mínima, media (promedio de observaciones tridarias), humedad relativa y lluvia, en Balcarce, durante los tres años del ensayo.

Las labores culturales fueron las comunes para estos tipos de ensayos, y las observaciones fenológicas, motivo fundamental de este trabajo, se tomaron diariamente, siguiendo el criterio de LEDESMA (1949).

El período de plantación se extendió desde el 5 de setiembre hasta el 26 de diciembre, buscando con ello estudiar el comportamiento de plantaciones tempranas y tardías, la relación con las normales y el cotejo con las extremas.

Las papas para el ensayo cumplieron su período de reposo y fueron conservadas hasta la plantación en forma idéntica a la empleada por los agricultores de la zona, o sea, en cuatro montones correspondientes a cada una de las variedades y cubiertas con chala en campo.

Las observaciones de temperatura (VAN GOOL, 1952), en las pilas así confeccionadas, oscilaron entre 7° y 10°C durante el mes de agosto, llegando hasta 14°C en la primera quincena de octubre, generalizándose la brotación de las papas.

Para relacionar la influencia de los distintos elementos meteorológicos sobre el ciclo vegetativo y los rendimientos de las cuatro variedades que intervinieron en el ensayo se incluye la Fig. 1, en la que se muestra la variación pentádica de aquéllos, en los tres años, desde la plantación hasta la cosecha.

La marcha de la temperatura en los años 1951-52 y 1952-53 tuvo variaciones similares, en tanto que durante el año agrícola 1950-51 las temperaturas fueron menores, especialmente en los meses de febrero, marzo y abril.

Las precipitaciones fueron normales para los cultivos durante los dos primeros años del ensayo, mientras que en 1952-53, en los meses críticos para las plantaciones normales — diciembre y enero — se manifestó una sequía persistente hasta fines de febrero.

VARIACION DEL CICLO VEGETATIVO SEGUN EPOCA DE PLANTACION

Todas las observaciones efectuadas en las distintas épocas de plantación siguieron más o menos las normas impuestas por el Registro Fitofenológico del Departamento de Agrometeorología (1945). (Cuadro I).

En realidad, la observación fenológica en papa no es tan terminante y perfectamente definida como por ejemplo, en los cereales, donde el estudio de las fases dentro de un subperíodo determinado, se realiza casi sin ninguna dificultad; hay que recordar, para comprender estas dificultades, que la papa no se siembra sino que se planta, es decir, que no es una semilla la que se coloca bajo tierra, sino un tallo subterráneo, y, por ende, la brotación está expuesta a reacciones más diversas, que ocasionan la posterior heterogeneidad en el nacimiento del cultivo.

Analizaremos a continuación las variaciones de las distintas fases y subperíodos del ciclo vegetativo de las cuatro variedades de papa: Katakhdin, White Rose, Huinkul y Sebago, durante los tres años del ensayo.

CUADRO I. — Registro fenológico y de rendimientos de la plantación continuada de cuatro variedades de papa en Balcarce
1950-1951

Fecha de plantación	Aparición primeras plantas	Plantitas 8 a 10 cm	Tubérculos tamaño arveja	Floración			Comienzo amarilleo hojas	Nº de fallas	Cosecha	
				Com.	Plen.	Fin			Fecha	Rendim. Kg/Ha
<i>Katahdin</i>										
5- IX	13- X	2- XI	24- XI	25- XI	3- XII	23- XII	26- XII	4	3- II	13.333
15- IX	14- X	2- XI	14- XI	26- XI	5- XII	22- XII	3- I	9	3- II	18.075
25- IX	18- X	10- XI	20- XI	26- XI	5- XII	26- XII	28- XII	7	8- II	16.043
7- X	23- X	9- XI	30- XI	4- XII	14- XII	1- I	4- I	5	20- II	14.884
16- X	2- XI	12- XI	5- XII	7- XII	15- XII	1- I	4- I	4	22- II	18.560
25- X	7- XI	19- XI	6- XII	8- XII	16- XII	2- I	5- I	6	6- III	20.359
6- XI	26- XI	2- XII	17- XII	26- XII	2- I	20- I	30- I	17	17- III	19.109
16- XI	3- XII	7- XII	24- XII	3- I	6- I	19- I	29- I	17	20- III	15.358
28- XI	12- XII	21- XII	3- I	8- I	13- I	28- I	8- II	29	27- III	14.268
5- XII	20- XII	26- XII	7- I	15- I	24- I	3- II	19- II	41	27- III	16.025
15- XII	27- XII	5- I	19- I	28- I	8- II	25- II	6- III	72	2- IV	4.070
26- XII	8- I	15- I	27- I	5- II	18- II	24- II	6- III	74	2- IV	1.852
<i>W. Rose</i>										
5- IX	13- X	30- X	12- XI	26- XI	4- XII	22- XII	26- XII	2	1- II	18.972
15- IX	14- X	2- XI	15- XI	27- XI	7- XII	25- XII	1- I	3	1- II	23.845
25- IX	20- X	10- XI	20- XI	8- XII	14- XII	24- XII	27- XII	1	6- II	20.048
7- X	24- X	9- XI	22- XI	4- XII	15- XII	26- XII	1- I	2	20- II	17.071
16- X	2- XI	13- XI	3- XII	7- XII	14- XII	26- XII	2- I	2	22- II	23.086
25- X	7- XI	18- XI	5- XII	12- XII	20- XII	4- I	4- I	3	6- III	22.940
6- XI	25- XI	2- XII	14- XII	25- XII	6- I	19- I	29- I	3	17- III	17.961
16- XI	4- XII	6- XII	26- XII	4- I	8- I	18- I	28- I	9	17- III	19.068
28- XI	12- XII	20- XII	4- I	9- I	14- I	25- I	7- II	2	27- III	17.674
5- XII	20- XII	26- XII	8- I	14- I	24- I	4- II	19- II	7	27- III	11.950
15- XII	26- XII	4- I	19- I	26- I	6- II	13- II	3- III	15	2- IV	8.317
26- XII	7- I	13- I	25- I	6- II	17- II	24- II	2- III	20	2- IV	7.799
<i>Huinkul</i>										
5- IX	15- X	31- X	14- XI	26- XI	8- XII	26- XII	2- XII	2	20- II	32.300
15- IX	15- X	2- XI	16- XI	28- XI	9- XII	26- XII	20- I	6	20- II	27.217
25- IX	22- X	12- XI	23- XI	28- XI	6- XII	26- XII	2- I	1	1- IV	28.857
7- X	26- X	10- XI	30- XI	2- XII	12- XII	4- I	7- I	1	9- III	28.219
16- X	4- XI	13- XI	4- XII	8- XII	19- XII	6- I	9- I	1	13- III	32.244
25- X	9- XI	21- XI	5- XII	11- XII	20- XII	25- I	25- I	4	20- III	31.530
6- XI	26- XI	3- XII	17- XII	25- XII	4- I	26- I	31- I	3	27- III	29.729
16- XI	3- XII	6- XII	26- XII	2- I	8- I	25- I	31- I	2	2- IV	22.888
28- XI	11- XII	19- XII	5- I	6- I	15- I	30- I	15- II	6	2- IV	24.410
5- XII	20- XII	26- XII	8- I	15- I	26- I	10- II	6- III	10	12- IV	17.296
15- XII	27- XII	3- I	18- I	25- I	12- II	27- II	6- III	30	12- IV	12.490
26- XII	8- I	15- I	27- I	6- II	19- II	22- II	10- III	30	12- IV	10.014
<i>Sebago</i>										
5- IX	13- X	2- XI	14- XI	16- XI	28- XI	16- I	19- I	9	27- III	21.780
15- IX	14- X	31- X	10- XI	21- XI	3- XII	15- I	27- I	11	27- III	23.478
25- IX	19- X	14- XI	18- XI	21- XI	8- XII	16- I	20- I	5	27- III	19.814
7- X	23- X	10- XI	4- XI	20- XI	8- XII	15- I	18- I	4	27- III	24.832
26- X	3- XI	14- XI	1- XII	5- XII	22- XII	20- I	25- I	4	27- III	26.378
25- X	8- XI	20- XI	5- XII	7- XII	19- XII	20- II	25- II	6	7- IV	23.383
6- XI	26- XI	1- XII	10- XII	16- XII	3- I	26- II	31- II	17	12- IV	19.185
16- XI	3- XII	6- XII	24- XII	27- XII	8- I	26- II	31- II	14	12- IV	15.282
28- XI	12- XII	19- XII	4- I	6- I	15- I	7- III	20- II	20	15- IV	15.251
5- XII	20- XII	26- XII	8- I	14- I	26- I	10- III	11- III	45	17- IV	9.262
15- XII	26- XII	3- I	17- I	29- I	13- II	13- III	6- III	61	17- IV	4.148
26- XII	8- I	15- I	26- I	5- II	20- II	13- III	16- III	48	17- IV	3.751

CUADRO I (Continuación)
1951-1952

Fecha de plantación	Aparición primeras plantas	Plantitas 8 a 10 cm	Tubérculos tamaño arveja	Floración			Comienzo amarilleo hojas	Nº de fallas	Cosecha	
				Com.	Plen.	Fin			Fecha	Rendim. Kg/Ha
<i>Katahdin</i>										
7- IX	7- X	29- X	17- XI	25- XI	—	21- XII	7- I	6	5- II	19.091
14- IX	15- X	31- X	20- XI	25- XI	—	20- XII	3- I	4	5- II	17.176
25- IX	22- X	5- XI	25- XI	28- XI	15- XII	4- I	11- I	4	10- II	19.372
8- X	25- X	12- XI	22- XI	30- XI	15- XII	8- I	7- I	4	10- II	26.097
15- X	4- XI	13- XI	—	3- XII	15- XII	6- I	17- I	11	10- II	21.986
25- X	13- XI	20- XI	—	11- XII	21- XII	16- I	24- I	7	4- III	19.271
5- XI	21- XI	30- XI	—	18- XII	7- I	22- I	31- I	5	10- III	21.858
15- XI	29- XI	6- XII	—	25- XII	6- I	4- II	5- II	12	18- III	20.212
26- XI	9- XII	14- XII	—	2- I	7- I	6- II	9- II	13	18- III	19.025
5- XII	18- XII	31- XII	—	19- I	—	8- II	22- II	40	24- III	9.968
15- XII	25- XII	31- XII	—	18- I	26- I	13- II	26- II	65	24- III	9.189
26- XII	6- I	12- I	—	28- I	—	—	24- II	56	30- III	1.942
<i>W. Rose</i>										
7- IX	14- X	30- X	30- XI	4- XII	—	26- XII	4- I	7	2- II	18.239
14- IX	16- X	30- X	30- XI	3- XII	—	19- XII	4- I	6	2- II	24.072
25- IX	24- X	4- XI	21- XI	31- XI	17- XII	4- I	11- I	2	8- II	23.494
8- X	30- X	10- XI	3- XII	10- XII	20- XII	4- I	8- I	3	8- II	31.259
15- X	4- XI	15- XI	—	2- XII	26- XII	7- I	16- I	1	8- II	26.495
25- X	12- XI	19- XI	—	15- XII	26- XII	8- I	20- I	3	4- III	28.552
5- XI	21- XI	30- XI	—	21- XII	6- I	20- I	1- II	1	27- III	26.400
15- XI	29- XI	5- XII	—	31- XII	4- I	4- II	6- II	0	18- III	18.276
26- XI	12- XII	16- XII	—	1- I	8- I	5- II	8- II	4	18- III	21.359
5- XII	19- XII	1- I	—	18- I	—	10- II	20- II	10	24- III	12.717
15- XII	25- XII	1- I	—	20- I	28- I	11- II	20- II	10	24- III	9.599
26- XII	4- I	12- I	—	28- I	—	—	25- II	12	30- III	5.261
<i>Huinkul</i>										
7- IX	14- X	29- X	22- XI	26- XI	—	22- XII	8- I	2	22- II	30.870
14- IX	17- X	30- X	24- XI	29- XI	—	20- XII	5- I	3	22- II	31.207
25- IX	24- X	5- XI	23- XI	3- XII	14- XII	8- I	28- I	4	27- II	32.144
8- X	29- X	10- XI	1- XII	7- XII	15- XII	13- I	15- I	1	27- II	39.359
15- X	5- XI	15- XI	—	5- XII	16- XII	14- I	24- I	2	27- II	33.130
25- X	13- XI	20- XI	—	13- XII	23- XII	24- I	5- II	2	10- III	36.514
5- XI	22- XI	30- XI	—	21- XII	4- I	22- I	7- II	2	4- III	30.082
15- XI	29- XI	5- XII	—	26- XII	8- I	5- II	7- II	4	22- III	26.004
26- XI	11- XII	15- XII	—	1- I	9- I	7- II	19- II	10	22- III	24.112
5- XII	18- XII	30- XII	—	18- I	—	24- II	20- II	10	28- III	11.612
15- XII	26- XII	1- I	—	21- I	28- I	18- II	24- II	12	28- IV	7.125
26- XII	4- I	13- I	—	30- I	—	—	24- II	10	3- IV	5.561
<i>Sebago</i>										
7- IX	7- X	30- X	13- XI	15- XI	—	1- I	20- I	8	24- III	18.235
14- IX	14- X	31- X	13- XI	17- XI	—	2- I	22- I	5	24- III	21.691
25- IX	23- X	4- XI	20- XI	25- XI	20- XII	16- I	24- I	7	27- III	22.338
8- X	25- X	10- XI	19- XI	25- XI	13- XII	28- I	8- II	2	27- III	28.538
15- X	4- XI	14- XI	—	29- XI	9- XII	9- II	13- II	3	27- III	27.602
25- X	12- XI	19- XI	—	9- XII	19- XII	11- II	16- II	3	27- III	26.525
5- XI	21- XI	30- XI	—	16- XII	31- XII	14- II	16- II	3	4- III	23.727
15- XI	28- XI	5- XII	—	24- XII	8- I	20- II	18- II	12	1- IV	15.270
26- XI	10- XII	15- XII	—	31- XII	6- I	22- II	20- II	30	1- IV	10.461
5- XII	18- XII	1- I	—	17- I	—	9- II	21- II	42	7- IV	6.025
15- XII	25- XII	2- I	—	17- I	27- I	26- II	25- II	62	7- IV	4.756
26- XII	7- I	13- I	—	23- I	—	—	26- II	54	15- IV	1.033

CUADRO I (Continuación)
1952-1953

Fecha de plantación	Aparición primeras plantas	Plantitas 8 a 10 cm	Floración			Comienzo amarilleo hojas	Nº de fallas	Cosecha	
			Com.	Plen.	Fin			Fecha	Rendim. Kg/Ha
<i>Katahdin</i>									
8- IX	14- X	24- X	8-XII	—	—	20- I	26	3-III	2.624
15- IX	14- X	24- X	13-XII	—	—	4- II	21	31-III	1.707
25- IX	16- X	4- XI	8-XII	—	—	25- I	13	31-III	3.722
6- X	20- X	12- XI	7-XII	—	—	8- II	4	3-III	4.353
15- X	7- XI	16- XI	9-XII	24-XII	—	30- I	5	3-III	6.795
24- X	13- XI	21- XI	9-XII	24-XII	6-I	8- II	13	31-III	3.984
5- XI	21- XI	4-XII	6- I	—	—	24- II	31	31-III	3.700
14- XI	25- XI	13-XII	25- I	8- II	—	25- II	15	31-III	4.599
25- XI	9-XII	23-XII	7-XII	—	—	27- II	31	18- IV	3.355
5-XII	24-XII	6- I	10- II	—	—	12-III	71	18- IV	434
15-XII	28-XII	2- I	8- II	—	—	28- II	38	18- IV	1.445
24-XII	6- I	11- I	12- II	—	—	25-III	58	18- IV	1.590
<i>W. Rose</i>									
8- IX	14- X	24- X	12-XII	—	—	15- I	48	3-III	1.369
15- IX	16- X	24- X	12-XII	—	—	30- I	16	3-III	1.642
25- IX	17- X	4- XI	12-XII	—	—	20- I	12	3-III	1.829
6- X	29- X	12- XI	10-XII	—	—	22- II	3	3-III	5.764
15- X	7- XI	15- XI	12-XII	26-XII	—	23- I	3	3-III	6.296
24- X	12- XI	22- XI	11-XII	22-XII	6-I	10- II	17	31-III	4.488
5- XI	23- XI	4-XII	30-XII	—	—	10- II	24	31-III	3.167
14- XI	26- XI	12-XII	24- I	6- II	—	23- II	4	31-III	4.524
25- XI	9-XII	24-XII	4-XII	—	—	25- II	7	18- IV	5.643
5-XII	22-XII	7- I	8- II	—	—	14-III	28	18- IV	1.524
15-XII	28-XII	3- I	10- II	—	—	26- II	24	18- IV	1.122
24-XII	6- I	10- I	10- II	—	—	26-III	24	18- IV	2.938
<i>Huinkul</i>									
8- IX	15- X	25- X	9-XII	—	—	18- I	9	31-III	4.739
15- IX	15- X	27- X	11-XII	—	—	2- II	16	31-III	7.880
25- IX	19- X	6- XI	14-XII	—	—	10- II	23	31-III	5.164
6- X	28- X	12- XI	7-XII	—	—	10- II	5	31-III	8.942
15- X	8- XI	16- XI	9-XII	23-XII	—	5- II	9	31-III	10.260
24- X	14- XI	23- XI	12-XII	22-XII	6-I	12- II	8	18- IV	10.026
5- XI	22- XI	8-XII	8- I	—	—	3-III	20	31-III	4.184
14- XI	26- XI	12-XII	22- I	10- II	—	3-III	11	18- IV	8.767
25- XI	11-XII	24-XII	8-XII	—	—	27-III	10	18- IV	9.914
5-XII	24-XII	5- I	10- II	—	—	27-III	40	18- IV	1.442
15-XII	28-XII	3- I	10- II	—	—	3-III	23	18- IV	3.290
24-XII	6- I	10- I	10- II	—	—	28-III	24	18- IV	4.309
<i>Sebago</i>									
8- IX	9- X	23- X	8-XII	—	—	20- I	30	31-III	7.131
15- IX	13- X	27- X	14-XII	—	—	6- II	5	18-III	2.817
25- IX	16- X	4- XI	7-XII	—	—	4- II	17	18-III	6.518
6- X	21- X	12- XI	6-XII	—	—	4- II	7	31-III	6.149
15- X	7- XI	15- XI	7-XII	24-XII	—	7- II	14	31-III	5.968
24- X	13- XI	21- XI	8-XII	24-XII	20-I	10- II	6	18- IV	4.478
5- XI	22- XI	6-XII	2- I	—	—	3-III	34	18- IV	3.721
14- XI	26- XI	12-XII	24-XII	10- II	—	3-III	18	18- IV	2.863
25- XI	8-XII	22-XII	3-XII	—	—	3-III	49	18- IV	2.622
5-XII	23-XII	5- I	6- II	—	—	25-III	63	18- IV	1.465
15-XII	28-XII	2- I	6- II	—	—	3-III	51	18- IV	1.099
24-XII	6- I	11- I	9- II	—	—	29-III	48	18- IV	1.911

a) BROTACIÓN

La papa, luego de la cosecha, necesita pasar por un período de descanso durante el cual la brotación no se produce, aunque se la coloque en condiciones ambientales óptimas, APPLEMAN (1914), (1924), WRIGHT y PEACOCK (1934). La longitud de este descanso es de carácter varietal y cuando finaliza antes de la fecha de plantación, obliga a los "desbrotos" desmereciendo la calidad de la papa semilla. Por tal motivo conviene mantener la papa para semilla, durante el período de descanso, en condiciones artificiales de baja temperatura, como mencionamos anteriormente, CAVIA y CARUSO (1952).

Como en las cuatro variedades del ensayo debieron efectuarse distinto número de desbrotos antes de cada época de plantación, pues no poseen períodos de descanso similares, a esta circunstancia deberá atribuirse en parte el comportamiento particular de cada una durante el ciclo vegetativo.

Las plantaciones correspondientes a la primer época, 5 de setiembre, que con respecto a la fecha normal está adelantada en casi mes y medio, tardaron en emerger aproximadamente 35 a 40 días, con el siguiente orden de aparición: Katahdin, Sebago, White Rose y Huinkul. En la segunda época de plantación correspondiente al 15 de setiembre tardaron 30 días, siendo el orden para las variedades igual que el anterior. En la del 25 de setiembre, comenzaron a brotar a los 25 días existiendo poca diferencia entre las distintas variedades.

A partir de las plantaciones del 5 de octubre y hasta el 25 de noviembre la aparición de las primeras plantas osciló entre los 18 y 20 días en tanto que las correspondientes a las épocas de diciembre tardaron de 12 a 15 días.

Las plantaciones de las tres primeras épocas están expuestas a los efectos de las heladas tardías, tan comunes en esta zona. Durante los años 1950-51 y 1951-52 — dos años bastante similares en cuanto a condiciones de tiempo — sufrieron por las heladas, pero se vieron beneficiadas con lluvias oportunas que favorecieron una rápida rebrotación en las cuatro variedades, especialmente en Huinkul. Este hecho podría explicarse teniendo en cuenta que el tubérculo, por tratarse de una brotación temprana, se encontraba en excelentes condiciones en cuanto a turgencia y vigor de las yemas.

No sucedió lo mismo en el año 1952-53, para las mismas épocas, pues a las heladas tardías siguió un tiempo totalmente seco que trajo como consecuencia la muerte de numerosas plantas. En las plantaciones correspondientes a las épocas que median entre el 5 de octubre y el 5 de noviembre, la brotación se produjo normalmente estando supeeditada la aparición de las plantitas a la cantidad de humedad en el suelo. Sin embargo, la ocurrencia de temperaturas extremadamente bajas en noviembre, provocan algunos años serios perjuicios.

En cuanto a las plantaciones del 25 de diciembre, ofrecen la desventaja de que la papa plantada, sobre todo Katahdin, Sebago y White Rose, ha sufrido varios desbrotos, lo que debilita enormemente el tubérculo, y si a ello se suman las altas temperaturas y el bajo tenor de

humedad de suelo en esos meses, se encuentra la justificación del bajo porcentaje de plantitas.

El año 1952-53 favoreció en general los cultivos tardíos, dado que fué un año de escasez de lluvias y recién ellas se produjeron en la segunda quincena de febrero, encontrando a las plantaciones del mes de diciembre en pleno crecimiento y en condiciones de aprovechar las precipitaciones.

Con respecto a las fallas que se producen en la brotación, diversos son los factores que inciden para que un tubérculo no evolucione en planta existiendo por lo general una relación directa con el número de brotes.

Si analizamos los datos obtenidos en los tres años de ensayo, encontramos que la variedad Katahdin en primer lugar, y luego Sebago, son las que presentan mayor número de fallas siendo ellas las que más desbrotes sufren. En orden decreciente le siguen White Rose y Huinkul, variedad ésta que recién acusa fallas en las dos últimas épocas.

Las fallas que se producen en las primeras épocas de plantación, es decir, las efectuadas en setiembre, son en su mayor parte producidas por las intensas heladas, que matan la planta en brotación, algunas veces cuando ya tienen de 8 a 10 cm de altura.

Las épocas comprendidas entre el 5 de octubre y el 15 de noviembre son las que presentan menor número de fallas, manteniéndose el mismo orden varietal decreciente, es decir: Katahdin, Sebago, White Rose y Huinkul.

Las plantaciones tardías, del 25 de noviembre hasta fines de diciembre, tienen el mayor número de fallas especialmente en Katahdin y Sebago pues el tubérculo que se planta ya es flácido y necesita condiciones excepcionales para su ulterior desarrollo. En cambio, Huinkul se ve favorecida, comparativamente, por su largo período de reposo que permite contar con semilla menos desbrotada hasta las últimas épocas.

b) LAS PLANTITAS ALCANZAN 8 Á 10 cm

La experiencia obtenida en los ensayos realizados demuestra que este momento en la observación fenológica es de importancia muy relativa.

El cultivo de papa por lo general nunca es parejo, encontrándose con frecuencia en forma simultánea plantas en floración y otras que todavía no han alcanzado 10 cm de altura; en otras oportunidades algunas plantas han llegado a este tamaño y otras todavía no han emergido del suelo. Esto se podría explicar por el hecho de que todas las yemas de los mismos y aun distintos tubérculos no tienen el mismo vigor, y muchas veces, a pesar del cuidado que se pone no todos los tubérculos se plantan a la misma profundidad.

c) LOS PRIMEROS TUBÉRCULOS ALCANZAN EL TAMAÑO DE UNA ARVEJA

Las observaciones realizadas demuestran que los tubérculos alcanzan el tamaño de una arveja, por lo general de cuatro a diez días antes de la floración en casi todas las variedades, siendo un dato sumamente importante para determinar la longitud del período de tuberización.

La Fig. 2 muestra que las variedades Katahdin y White Rose, en las épocas tempranas de plantación, tienen un período de tuberización de aproximadamente 80 días, en tanto que en las de mediados de octubre a mediados de noviembre aumenta de 85 a 90 días. En las últimas épocas se acorta enormemente, llegando algunas veces a 65 días.

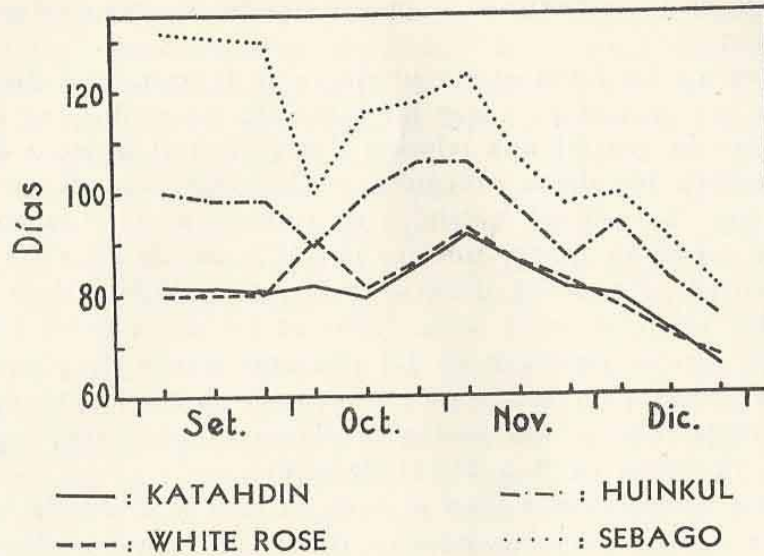


FIG. 2. — Relación entre la longitud del período de tuberización y la fecha de plantación (promedio de los años 1950-51 y 1951-52).

En la selección Huinkul este período oscila entre los 95 y 105 días para las épocas de plantación desde setiembre hasta fines de noviembre, en tanto que en las efectuadas en diciembre se reduce hasta un promedio de 85 días.

Sebago es la variedad que tiene mayor longitud de período de tuberización, especialmente en las primeras épocas, reduciéndose igual que en las otras variedades a medida que se atrasa la fecha de plantación.

d) FLORACIÓN

El número de días entre la plantación y el comienzo de la floración sufre variaciones con respecto a las distintas fechas de iniciación del cultivo, especialmente en las plantaciones tempranas. A partir de las floraciones que corresponden a la época del 5 de octubre, la longitud de este subperíodo se acorta y las variaciones y diferencias entre las distintas variedades son escasas o nulas. (Cuadro I).

Sebago es la variedad que florece primero y tiene la particularidad de ser su período de floración muy largo. Las otras tres variedades, White Rose, Katahdin y Huinkul, tienen un comienzo de floración relativamente parejo, a excepción de las primeras épocas, en que la variedad White Rose emplea mayor número de días. El año 1952-53 fué extremadamente seco y la floración resultó completamente anormal, registrándose el hecho de que en varias parcelas las plantas no llegaron a florecer, o su duración fué sumamente breve.

RENDIMIENTOS

Para los fines de este ensayo el análisis de los rendimientos, en las distintas épocas de plantación, tiene gran importancia. Sus resultados nos permitirán conocer la fecha ideal de plantación para cada variedad y comprobar cómo ha incidido el complejo ambiental en el ciclo vegetativo.

Analizaremos los resultados, dividiendo las épocas de plantación en tres etapas: las tres plantaciones efectuadas en el mes de setiembre, las comprendidas entre el 5 de octubre y 5 de noviembre y las que median entre el 15 de noviembre y el 25 de diciembre.

1) PLANTACIONES EFECTUADAS EN EL MES DE SETIEMBRE

Cabe consignar, como primera observación, que los tubérculos empleados en estas plantaciones tempranas tienen la ventaja de poseer todo su vigor, pues salvo Katahdin y Sebago, que sufrieron un solo desbrote en pila, las variedades White Rose y Huinkul no soportaron ninguno, razón por la cual estuvieron en condiciones de reaccionar favorablemente a los efectos de las heladas.

En los años 1950-51 y 1951-52, estas parcelas fueron afectadas por dos fuertes heladas, volviendo a rebrotar en ambas oportunidades con extraordinario vigor. Hay que destacar que ello fué posible pues se vieron favorecidas por lluvias oportunas, condición indispensable para subsistir y lograr buenos rendimientos.

Huinkul fué la variedad más productiva en ambos años, superando ampliamente a las otras tres, cuyos rendimientos fueron similares, con una ligera preponderancia de White Rose y Sebago sobre Katahdin.

En lo que respecta al año 1952-53, las condiciones ambientales se manifestaron enteramente distintas a los años anteriores; las plantaciones se vieron afectadas intensamente por las heladas, seguidas de tiempo extremadamente seco, que, aunque permitió unos primeros rebrotes, eliminó al final más del 30 % de la plantación, incidiendo directamente en los rendimientos.

La fig. 3 es elocuente en la apreciación formulada, observándose que para los años 1950-51 y 1951-52 los rendimientos oscilaron entre 18.000 kg por hectárea para Katahdin y hasta 30.000 kg para Huinkul, en tanto que en el año 1952-53 los rendimientos bajaron verticalmente y nos encontramos con 1.500 kg por hectárea para White Rose y 7.000 kg para Huinkul, variedad que aun en condiciones deficientes da los mejores rindes.

2) PLANTACIONES COMPRENDIDAS ENTRE EL 5 DE OCTUBRE Y EL 5 DE NOVIEMBRE

Los resultados obtenidos en los tres años demuestran claramente que nos encontramos en la época de plantación ideal para las cuatro variedades.

El ciclo vegetativo se cumplió normalmente, oscilando los rendimientos de Huinkul, para los años 1950-51 y 1951-52, entre 30.000 y 39.000 kg.

La fecha de plantación del 5 de octubre fué la de mayor producción en ambos años, manteniéndose estacionaria hasta fines de octubre, disminuyendo ligeramente en la del 5 de noviembre.

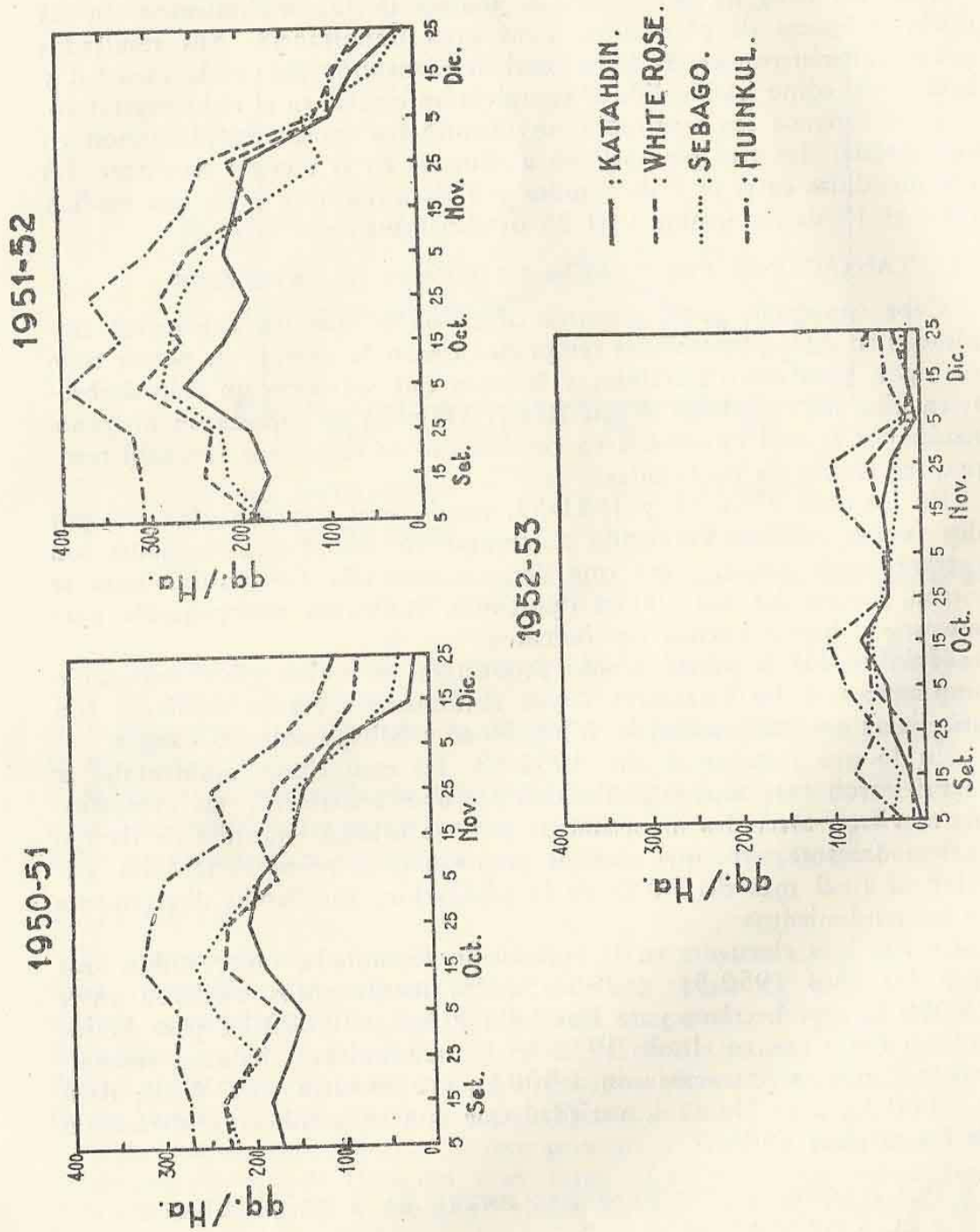


FIG. 3.— Rendimientos en quintales por hectárea de las cuatro variedades en los tres años de ensayo según la fecha de plantación.

White Rose y Sebago tuvieron un comportamiento parejo, con rendimientos que variaron entre 18.000 y 26.000 kg, alcanzando el máximo en la plantación del 15 de octubre. En cuanto a Katahdin, su rendimiento fué inferior a las precedentes, en aproximadamente unos 3.000 kg.

Para el año 1952-53, por las causas anteriormente apuntadas, los rendimientos fueron bajos, alcanzando Huinkul los mejores, con cerca

de 4.000 kg más por hectárea que las otras variedades, cuyos rendimientos oscilaron entre 2.500 y 6.000 kg.

3) PLANTACIONES COMPRENDIDAS ENTRE EL 15 DE NOVIEMBRE Y 25 DE DICIEMBRE

La Fig. 3 revela que a partir del 15 y con mayor exactitud del 25 de noviembre, la curva de rendimientos sufre una disminución notable.

Una de las causas principales de esta declinación es la de no encontrarse ya los tubérculos en condiciones ideales para su plantación, debido a los sucesivos desbrotos a que fueron sometidos, habiendo perdido en muchos casos gran parte de su turgencia y el vigor en sus yemas, sobre todo para aquellos de corto período de reposo como los de Katahdin y Sebago.

Inició en la disminución de los rendimientos la enorme cantidad de fallas, motivada por lo expuesto anteriormente, y además, la elevada temperatura en los primeros estados del ciclo vegetativo, que favoreció el rápido desarrollo de las malezas que entraron a competir con el cultivo. Las variedades Huinkul y White Rose, en este orden, produjeron mayor rendimiento que Katahdin y Sebago.

En el año 1952-53, favorecidas por lluvias tardías, estas plantaciones se vieron beneficiadas, pero sus rendimientos en ningún momento fueron alentadores.

La niebla, que comienza a manifestarse en el mes de marzo, juega un papel muy importante en desmedro de las plantaciones tardías, provocando una maduración forzada. Este acortamiento del ciclo vegetativo incide directamente sobre los rendimientos.

CONCLUSIONES

En este ensayo de plantaciones continuadas en Balcarce, las cuatro variedades que intervinieron se comportaron de la siguiente manera:

1) En la brotación, el menor número de fallas se obtiene con la variedad Huinkul, especialmente en las plantaciones tardías, derivado de su condición de largo período de descanso que evita se le practiquen reiterados desbrotos.

2) Los tubérculos alcanzan el tamaño de una arveja entre 4 y 10 días antes de la floración, siendo esta observación importante para determinar la longitud del período de tuberización. La longitud de este período es máxima en Sebago, siguiéndole en orden decreciente Huinkul y por último White Rose y Katahdin, tendiendo en las cuatro a reducirse a medida que se atrasan las plantaciones.

3) El subperíodo que va de plantación a comienzo de floración es similar para las cuatro variedades salvo Sebago que es algo más precoz. En las primeras épocas existen ligeras variaciones entre las variedades que se suavizan a partir de la del 5 de octubre. También aquí el subperíodo se cumple en menor número de días en las últimas épocas de plantación.

4) Pueden establecerse tres etapas en las fechas de plantación:

a) Las efectuadas en setiembre o tempranas, que se caracterizan por recuperarse fácilmente del efecto nocivo de las heladas. La variedad Huin-

kul dió los mejores rendimientos en los tres años, seguida por White Rose, Sebago y Katahdin.

b) Las plantaciones comprendidas entre el 5 de octubre y el 5 de noviembre, período óptimo para la iniciación del cultivo en las cuatro variedades, que tuvieron el mismo orden anterior de rendimientos.

c) Plantaciones entre el 15 de noviembre y el 25 de diciembre o tardías, que tienen la desventaja de realizarse con tubérculos de poco vigor por los continuos desbrotos, salvo Huinkul. Esta cualidad determina que también en esta etapa sea la variedad más productiva.

5) El análisis de los rendimientos demuestra que las plantaciones tempranas superan a las tardías.

BIBLIOGRAFÍA

- APPLEMAN, C. G. 1914. — « Study of rest period in potato tubers ». *Md. Agr. Exp. Sta. Bull.*, 183, pp. 118-226.
- APPLEMAN, C. G. 1924. — « Potato sprouts as an index of seed value ». *Md. Agr. Exp. Sta. Bull.*, 265, pp. 237-258.
- BAKER, O. E.; BROOKS, CH. F., and HAINSWORTH, R. G. 1917. — « Yearbook », 1917: 537-589; U. S. Dept. Agr. Washington.
- BUSHNELL, J. 1926. — « The relation of weather to the date of planting potatoes in Northern Ohio ». *Ohio Agr. Exp. Sta. Bull.*, 399.
- BURGOS, J. J. 1939. — « Informe de las observaciones de carácter agroclimático recogidas en las zonas paperas de Santa Fe y Buenos Aires ». Informe presentado a la División de Meteorología Agrícola, I-1939. Inédito. Buenos Aires.
- BURGOS, J. J. 1941. — « Informe de las observaciones recogidas en las zonas paperas de Buenos Aires y Santa Fe, sobre el desarrollo de los cultivos de papa y las condiciones meteorológicas del año 1940-41 ». Informe presentado a la División de Meteorología Agrícola, II, 1941. Inédito. Buenos Aires.
- BURGOS, J. J. 1945. — « El termoperiodismo en la ecología de la papa simiente ». *Rev. Arg. de Agr.*, 12 (4); 256-280. Buenos Aires.
- BURGOS, J. J. 1946. — « Carta de plantación de la papa en la región pampeana de la República Argentina ». *Rev. Arg. Agr.*, 13 (4); 293-309. Buenos Aires.
- CAVIA, C. E., y CARUSO, S. A. 1952. — « Conservación de semilla de papa variedad Katahdin en la región sudeste de la provincia de Buenos Aires ». « Comunicaciones Técnicas », N° 5. Dir. Gen. de Fom. Agr. Min. Agr. y Gan. Buenos Aires.
- DEPARTAMENTO DE AGROMETEOROLOGÍA. 1945. — Planilla para observaciones fenológicas en papa. Servicio Meteorológico Nacional. Buenos Aires.
- FOULON, L. A. 1939. — « El problema económico de la papa ». Univ. Nac. de Buenos Aires. Fac. de Agr. y Vet. Inst. de Economía y Legislación Rural. Tomo II, p. 40. Buenos Aires.
- LEDESMA, N. R. 1949. — « Registro fitofenológico para uso de Estaciones Agrometeorológicas ». Departamento de Agrometeorología, Bs. As.
- MILLÁN, R. 1945. — « La producción y el comercio exterior de papa en Argentina ». *Rev. Arg. de Agr.*, 12 (1); 1-12. Buenos Aires.
- MILLÁN, R., y PUJALS, E. A. 1948. — « Un ensayo de conservación de papa en silo subterráneo ». *Rev. de Invest. Agríc.*, t. II, N° 2, pp. 89-92. Buenos Aires.
- SCHRUMPF, W. E. 1935. — « A study of organization and management of potato farms. Aroostook County, Maine. *The Maine Agr. Exp. St. Bull.* 378, p. 4.
- SMITH, J. W. 1915. — « The effect of weather upon the yield of potatoes ». *Mo. Wea. Rev.*, 43; 222-228.
- VAN GOOL, E. 1952. — « La marcha de la temperatura en las pilas de papa para semilla ». Informe inédito.
- VIGGIANI G. 1927. — « Influenza della temperatura o della pioggia sulla produzione delle patate « Biancona » e « Riccia » ». R. Istituto Superiore Agrario di Portici. Cattedra e Laboratorio delle coltivazione. Portici.
- WRIGHT, R. C.; PEACOCK, W. M., and WHITEMAN, T. M. 1934. — « Effect on subsequent yields of storing cut seed potatoes at different temperatures and humidities ». U. S. Dept. Agr. Washington.

519.272

LAS FUNCIONES ALEATORIAS

(BREVE TRATAMIENTO TEÓRICO)

Por G. DEDEBANT * y E. A. M. MACHADO **

Resumen. — En los números precedentes de METEOROS se ha expuesto en forma elemental y práctica la teoría de las funciones aleatorias. Se trata aquí de exponer en forma más completa y rigurosa los fundamentos matemáticos de esta teoría, tal como se encuentra en la actualidad.

Résumé. — Dans les numeros precedents de METEOROS a été exposée sous forme elementaire et pratique la theorie des fonctions aleatoires. Il s'agit dans cet article d'un exposé plus complet et plus rigoureux des fondements mathematiques de cette theorie, telle qu'elle est présentée a l'heure actuelle.

En publicaciones anteriores¹ hemos tratado de las funciones aleatorias y de sus diferentes aplicaciones. Al presentar este artículo se intenta dar una mejor visión de conjunto acerca del tema y de sus aplicaciones físicas, así como una rigorización de los conceptos ya expuestos. La independencia de presentación de este trabajo facilitará al interesado contar con una síntesis de los conceptos fundamentales y tener idea clara sobre las aplicaciones. Para los ejemplos, deberá dirigirse a las citas bibliográficas. En la oportunidad, queremos subrayar la gran importancia que en la realización de este trabajo ha tenido la memoria de J. E. Moyal: "Stochastic Proceses" (*Journal of the Royal Statistical Society, Serie B, Vol. XI, N° 2; 1949*).

1) INTRODUCCIÓN

El concepto de función aleatoria fué introducido recientemente, hace menos de veinte años, en la Estadística Matemática. La historia de su génesis no carecería por cierto de interés pero excedería el marco de este artículo, cuyo objeto es dar solamente una idea sumaria de tal concepto. Hemos de contentarnos, pues, con un rápido panorama, y con la sola referencia a los autores de la bibliografía anexa².

En el dominio de las matemáticas puras ya han sido tratados problemas que emanan del concepto de función aleatoria: *los problemas estocásticos con elementos independientes y las probabilidades en cadena*. Lo que puede sorprender es, aun hoy, que no se haya separado enteramente de estos capítulos, no siendo, a su vez, más que una rama de la teoría general de las funciones.

Si nos referimos a la Física, rama que, como es notorio, se desenvuelve frecuentemente en forma paralela, por lo menos durante un cierto

* Ancien élève à l'Ecole Polytechnique (France). Asesor Técnico de la Dirección General del Servicio Meteorológico Nacional.

** Doctor en Matemáticas. Asesor Técnico de la Dirección de Investigaciones Meteorológicas e Instrucción del Servicio Meteorológico Nacional.

¹ Cfr. bibliografía de trabajos de DEDEBANT, DI MAIO y MACHADO.

² Cfr. bibliografía del presente artículo.

tiempo, pero sin contacto directo con las Matemáticas puras, podemos decir que la idea de función aleatoria fué introducida cuando se sintió la necesidad de "dinamizar" la Mecánica Estadística, la cual, limitada hasta entonces a estados de equilibrio o sucesiones de estados de equilibrio, comenzó a considerar problemas de *evolución* verdadera, como el movimiento browniano, que ha servido de arquetipo. Actualmente, las Nuevas Mecánicas, aunque su formalismo no se deja interpretar completamente por la axiomática del Cálculo de Probabilidades, utilizan, concientemente o no, la noción de función aleatoria.

Finalmente, es la Mecánica de los Flúidos Turbulentos (en la que se incluye la Mecánica de la Atmósfera) la que ha puesto en evidencia y relieve esta noción. En efecto, parece muy natural que surgiera en la mente de experimentadores y observadores (aerodinámicos y meteorólogos) situados ante fenómenos caprichosos y rápidamente cambiantes, cuyos detalles intentaban percibir, registrar y visualizar con escalas cada vez más precisas, privilegio que no poseen los físicos del átomo y del núcleo, cuyo conocimiento es siempre indirecto.

Desde hace algunos años, los matemáticos puros se interesan vivamente por la función aleatoria y le han hecho realizar grandes progresos en cuanto a rigor, generalidad y vinculación con conceptos centrales de matemáticas.

2) DEFINICIÓN DE FUNCIÓN ALEATORIA

Es siempre tarea difícil definir una noción nueva y general. Lo intentaremos en base a una terminología conocida.

Los estadísticos han adoptado ya el término de *variable aleatoria* (en inglés: *random variable*, o abreviadamente *variate*) para designar una magnitud X , susceptible de tomar un conjunto $\{x\}$ de valores, cada uno de ellos con una probabilidad dada. Lamentamos esta elección algo apresurada, ya que, si queremos conservar una analogía jerárquica con los conceptos del Análisis, sería preferible denominar *número aleatorio* a tal magnitud.

Ahora bien, por oposición a los números aleatorios están los *números ciertos*, es decir, aquellos que no toman más que *un solo valor* con probabilidad *uno*. Para lo que nos interesa a continuación, un número cierto será, por ejemplo, un instante particular t_1 , elegido en el transcurso del tiempo t . Se llama, clásicamente, *variable cierta* a una serie de instantes sucesivos, es decir, a un número cierto susceptible de tomar una sucesión de valores. Si esta sucesión es continua, se dice que t es un *parámetro cierto* (la variable real del Análisis).

Se advierte ahora por qué hemos reservado la denominación de *variable aleatoria*, y no la de número aleatorio, para designar un número aleatorio capaz de tomar una serie de valores.

Planteado así el problema, cabría preguntarse: ¿en qué consiste la noción vulgar de función?

Una función es una correspondencia entre dos variables ciertas x y t , definida por una regla que permita, conociendo una sucesión de instantes

$$t_1, t_2, \dots, t_n,$$

hallar los valores correspondientes de la variable

$$x_1, x_2, \dots, x_n,$$

que se llama entonces función de t y se designa por $x = x(t)$.

Por extensión, para crear una función aleatoria, debemos establecer una correspondencia entre una variable aleatoria X con un parámetro cierto t . Escribiremos así $X = X/t$, empleando la barra de fracción / en lugar del paréntesis (), para evitar confusiones eventuales entre funciones aleatorias y funciones ciertas, cuando están empleadas simultáneamente en el curso de un mismo cálculo, como ocurre casi siempre.

Hasta aquí la idea es perfectamente simple, pero, por supuesto, las dificultades surgirán cuando se trate de precisar el modo de correspondencia: $X \rightarrow t$.

Así, lo primero que atinamos a pensar es que, como un número aleatorio está definido por su función de repartición:

$$F(x) = Pr \{ X \leq x \},$$

bastará hacer corresponder la sucesión de funciones de repartición $F_i(x)$ de los números aleatorios X_i , con los instantes t_i , para obtener una función aleatoria, o sea, en definitiva, considerar funciones de repartición $F(x, t)$, que incluyan el tiempo t como parámetro explícito. En efecto, así se obtienen funciones aleatorias (por otra parte, son las únicas que los estadísticos consideraron en un principio).

Pero un examen más profundo muestra que esta concepción resultaría estéril. En efecto, deja en la oscuridad una propiedad esencialmente vital de la función, que es el *ordenamiento* de sus valores sucesivos (continuidad si existe, o bien, emplazamiento, o por lo menos, distribución de discontinuidades). Así, en el caso de la función ordinaria de variable real $x(t)$, si es necesario dar para cada valor t_i de t , una regla distinta para el cálculo del valor correspondiente x_i , resulta evidente que esta función tendrá muy poco interés. Si se desea trabajar, tanto desde el punto de vista práctico como del teórico, con una función, se requiere dar una regla única (o un pequeño número de reglas) que permitan deducir de un *conjunto cualquiera*:

$$\{ t_1, t_2, \dots, t_n \}$$

de valores de t , el *conjunto* de valores correspondientes:

$$\{ x_1, x_2, \dots, x_n \}$$

de los valores de x .

Por analogía, esta reflexión nos sugiere inmediatamente que no basta fijar la sucesión

$$F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x),$$

de las funciones de repartición de los números X_1, X_2, \dots, X_n , valores sucesivos tomados por la variable aleatoria X , sino que también debe establecerse la función de repartición *conjugada*:

$$G_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = Pr \{ X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n \}$$

Se sabe que esta función no se deduce en absoluto, de las funciones $F_1, F_2 \dots F_n$, salvo en el caso de que los números aleatorios X_1, X_2, \dots, X_n hayan sido *independientes en probabilidad* (entonces $G_n = F_1, F_2 \dots F_n$), caso sumamente particular, característico de los juegos de azar puro, y que haría desaparecer lo más *sustancial* de la noción de función aleatoria, esto es, la correlación o dependencia estocástica entre los valores sucesivos de la función; para decirlo en una palabra: la *conexión*.

Se verá la correspondencia establecida entre la función de repartición G_n del conjunto de números aleatorios $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ y el conjunto de instantes ciertos $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$, al poner en evidencia que G_n es una función no solamente de x_1, x_2, \dots, x_n , sino también de $t_1, t_2 \dots t_n$

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$$

Resulta cómodo, para claridad de notación, separar por ; (punto y coma), los valores corrientes x_i de los números aleatorios, de los valores t_i del número cierto t .

En estas condiciones, podemos considerarnos satisfechos desde el punto de vista de las aplicaciones, pues prácticamente sólo tendremos que emplear la función aleatoria en sucesiones discretas y finitas de instantes t_i . No obstante, los matemáticos puros tendrán algo que objetar, ya que ahora es necesario extender la correspondencia $X \rightarrow t$ a conjuntos infinitos que tienen aún la potencia del continuo. A partir de este momento es imposible continuar la exposición con métodos elementales y se hace necesario recurrir al Análisis general. Digamos solamente que, aunque la cuestión no está totalmente cerrada, se han podido dar definiciones de función aleatoria que satisfacen las exigencias del rigor, por lo menos tanto como las partes más evolucionadas de la matemática moderna.

Una vez definida la función aleatoria X/t de una variable real t , no hay evidentemente ninguna dificultad en extender la definición a un tensor aleatorio, función de t ; a una función aleatoria de varias variables reales, por ejemplo de las coordenadas de espacio (x, y, z) y del tiempo t ; a campos de vectores o tensores aleatorios, por ejemplo la velocidad $\vec{V}/x, y, z, t$ de un fluido; finalmente a funciones aleatorias de la variable compleja $z = x + iy$.

Todas estas extensiones son, por sus aplicaciones, sumamente útiles.

3) EXISTENCIA DE LAS FUNCIONES ALEATORIAS

En matemáticas, siempre es necesario demostrar que los entes definidos *existen*. Efectivamente, ya conocemos, por lo menos, una función aleatoria: es el mismo número aleatorio, que puede ser considerado como una función aleatoria independiente de t , y al que resulta natural llamar *constante aleatoria*. Pero si ésta fuera la única, las funciones aleatorias carecerían totalmente de interés.

Ahora bien, veamos cómo puede construirse una clase de funciones (por otra parte de gran importancia en sus aplicaciones), a las que

llamaremos funciones aleatorias *normales*. Basta elegir como densidad de probabilidad correspondiente a la función de repartición G_n , la ley, considerada *normal*, de GAUSS-PEARSON, para n variables:

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{\Delta}} \exp \left[-\frac{1}{2\Delta} \sum_{ij} \Delta_{ij} (x_i - m_i) (x_j - m_j) \right]$$

donde $m_i = m(t_i)$ son los valores probables o medias \bar{X}_i ; $\Delta = ||\mu_{ij}||$ el determinante de los momentos rectángulos $\mu_{ij} = \bar{X}_i \bar{X}_j$ y Δ_{ij} el cofactor de μ_{ij} en Δ .

Se ve que la función aleatoria normal está totalmente caracterizada por su media $m(t)$ y su momento rectángulo en dos puntos $\mu(t, s)$ ya que a partir de esas dos funciones se puede *construir* la densidad de probabilidad para todo conjunto de n puntos, y en consecuencia, también por integración múltiple, la función de repartición G_n . La media $m(t)$ es una función de t completamente arbitraria. En cuanto al momento rectángulo $\mu(t, s)$ está solamente sometido a la condición (llamada de coherencia) de no hacer negativa la forma cuadrática que figura en el exponencial de la ley de GAUSS-PEARSON.

Las funciones siguientes pueden ser aceptadas a título de ejemplo ($\tau = t - s$).

$$\cos \omega \tau; J_0(\omega \tau); \frac{\text{sen } \omega \cdot \tau}{\omega \tau}; \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}; \exp(-\omega^2 \tau^2);$$

$$\exp(-\omega |\tau|); \begin{cases} r(\tau) = 1 - \frac{|\tau|}{\tau_0} & \text{si } \tau \leq \tau_0 \\ r(\tau) = 0 & \text{si } \tau \geq \tau_0 \end{cases}$$

4) DEFINICIÓN ANALÍTICA DE LAS FUNCIONES ALEATORIAS

Puede seguirse otro camino para definir las funciones aleatorias. Consiste en dar directamente su expresión analítica, en términos de una función cierta de t y de un conjunto de constantes aleatorias A_i . Por ejemplo:

la función aleatoria lineal

$$X/t = A_1 t + A_2$$

el oscilador aleatorio

$$X/t = A_1 \cos \omega t + A_2 \text{sen } \omega t$$

la serie entera aleatoria

$$X/t = \sum_0^{\infty} A_n t^n$$

la serie trigonométrica aleatoria

$$X/t = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n e^{i\omega_n t}$$

En general escribiremos:

$$X/t = \varphi [t, \{A\}]$$

siendo φ una función cierta y $\{A\}$ un conjunto de constantes aleatorias $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, finito o infinito numerable. La idea fundamental de la función aleatoria X/t consistirá entonces en la de la función de repartición conjugada: $H(a_1, a_2, \dots, a_n)$ del conjunto $\{A\}$ de las constantes aleatorias A_i .

El progreso obtenido sobre la primera definición por medio de la función de repartición $G(x_1, x_2, \dots, x_n)$ reside en que, para la extensión al infinito, ya no necesitamos una ley de probabilidad (G) relativa a un espacio de infinidad continua de dimensiones, sino, solamente, una ley de probabilidad (H), relativa a un espacio de infinidad *numerable* de dimensiones.

En otras palabras, la definición de una función aleatoria X/t de una variable continua t , ha sido sustituida por la de una función aleatoria A_n , del índice entero n . Pero es evidente que las dos definiciones no son siempre equivalentes.

5) REALIZACIÓN DE UNA FUNCIÓN ALEATORIA EN UNA PRUEBA

En su aspecto físico, la realización de una función aleatoria en una prueba, no es, evidentemente, otra cosa que el diagrama (en trazo continuo o por puntos) del aparato registrador (barógrafo, anemógrafo, oscilógrafo, milivoltígrafo, etc.). El concepto aleatorio consiste en no considerar este diagrama *aisladamente*, sino formando parte de una *clase*, por ejemplo, la de todos los diagramas obtenidos con instrumentos similares en lugares y épocas diferentes.

Se ve entonces que, en su forma matemática, la función aleatoria X/t puede ser concebida como el conjunto de sus realizaciones $x(t)$ en una categoría de pruebas, realizaciones que son a su vez, cada una de ellas, una función ordinaria de variable real (o función cierta), más o menos caprichosa y accidentada. Esta consideración nos lleva a encarar un tercer aspecto de la definición de función aleatoria. Si en el espacio funcional (Ω) de las funciones de variable real $x(t)$ se ha conseguido definir una probabilidad *a priori* (o medida), cada función aleatoria de t estará definida por una cierta ley de probabilidad, en este espacio funcional.

Esta concepción presenta una dificultad: definir la probabilidad (o medida) en espacios como (Ω) de infinidad continua de dimensiones. No se han salvado aún todos los obstáculos, y la discusión continúa abierta, pero, sin embargo, algunos matemáticos ya se han abocado a la tarea de definir la función aleatoria a partir de espacios abstractos aún más generales que (Ω).

Empleando la forma analítica, $X/t = \varphi[t, \{A\}]$, se ve claramente lo que significa la realización de una función aleatoria en una prueba. Una elección al azar en el conjunto $\{A\}$ de las constantes aleatorias, A_i , dió una sucesión: $\{a\} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ de resultados, y entonces la función realizada es:

$$x(t) = \varphi [t, \{a\}]$$

Por ejemplo, la función aleatoria $X/t = A_1 t + A_2$ es el conjunto de las coordenadas de un móvil animado de movimiento uniforme. Si se escoge al azar la coordenada inicial ($A_2 = a_2$), y la velocidad inicial ($A_1 = a_1$), se obtiene una trayectoria $x(t) = a_1 t + a_2$ que es la realización de la función aleatoria X/t en una prueba.

En este caso el espacio funcional (Ω) será simplemente el conjunto de las rectas $x = a_1 t + a_2$ del plano (x, t) , y no se presenta ninguna dificultad para definir la densidad de probabilidad de las rectas que pasan por un rectángulo elemental $dx dt$ de este plano.

6) VALORES PROBABLES Y MOMENTOS

El valor probable de una función cierta:

$$\varphi(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

de n valores de $X_i = X/t_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) de la función aleatoria X/t se designa, para comodidad de notación, por

$$E[\varphi(X_1, X_2, \dots, X_n)] \quad (E: \text{esperanza matemática})$$

o por

$$\overline{\varphi(X_1, X_2, \dots, X_n)} \quad (\overline{}: \text{media})$$

Finalmente, es una función cierta de t_1, t_2, \dots, t_n , de naturaleza de media estocástica, la que se expresa por la integral n -úplice

$$E(\varphi) = \overline{\varphi} = \int_{(n)} \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) dG_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$$

Entre los valores probables, los más importantes son los *momentos* siguientes:

media (simple):

$$m(t) = \overline{X/t}$$

momento rectángulo:

$$m(t_i, t_j) = \overline{X/t_i X/t_j} = \overline{X_i X_j}$$

media cuadrática:

$$m(t_i, t_i) = \overline{X^2/t_i} = \overline{X_i^2}$$

A menudo, en lugar de X/t , se introduce su componente puramente aleatoria.

$$X'/t = X/t - m(t)$$

cuyos momentos fundamentales son:

la media: cero;

el momento rectángulo (o *autocovariancia*):

$$\mu(t_i, t_j) = \overline{X'_i X'_j}$$

la media cuadrática (o *variancia*):

$$\sigma^2(t) = \overline{X'^2/t}$$

(σ es llamada desviación tipo).

Finalmente se llega a una forma canónica empleando la función aleatoria *reducida* de X/t ; es la siguiente

$$Y/t = \frac{X/t - m(t)}{\sigma(t)}$$

cuyos momentos fundamentales son:

la media: *cero*;

la autocovariancia (o autocorrelación):

$$r_{ij} = r(t_i, t_j) = \overline{Y_i Y_j}$$

la variancia: *uno*.

El interés de esta forma canónica reside en que separa y pone en evidencia la estructura íntima de la función aleatoria (su conexión).

Los momentos de cualquier orden de una función aleatoria, se deducen de su *momento lineal* (general)

$$E(X_1, X_2 \dots X_n) = \overline{X_1 X_2 \dots X_n}$$

por la operación de *contracción*, que consiste en igualar dos o más índices (así $\overline{X_i^2}$ se deduce de $\overline{X_i X_j}$ al hacer $i = j$).

Estas definiciones se extienden sin dificultad a los casos de una función aleatoria compleja y de un vector. La autocovariancia de una función aleatoria compleja será: $\mu(t_i, t_j) = \overline{X'_i X'_j^*}$, en la cual, el asterisco designa, como de costumbre, el complejo conjugado. Los momentos de un campo de vectores aleatorios $\vec{V}(P, t)$, donde P es un punto del espacio, forman un tensor de autocovariancia:

$$|| E [U_\alpha(P_i, t_i) U_\beta(P_j, t_j)] || \quad (\alpha = 1, 2, 3)$$

Ninguna función $\mu(t_i, t_j)$ de dos variables ciertas puede ser una autocovariancia. Una autocovariancia debe satisfacer, en efecto, las dos condiciones siguientes, las cuales, por otra parte, se demuestra que son suficientes:

$$a) \quad \mu(t_i, t_j) = \overline{X_i X_j^*} = \overline{(X_j X_i^*)^*} = \mu^*(t_j, t_i) \quad (\text{hermitiana})$$

$$b) \quad E \left| \sum_i X_i \lambda_i \right|^2 = \sum_{ij} \overline{X_i X_j^*} \lambda_i \lambda_j^* = \sum_{ij} \mu(t_i, t_j) \lambda_i \lambda_j^* \geq 0 \quad (\text{coherencia})$$

La condición de coherencia b) resulta de las relaciones existentes entre las funciones de repartición de diversos órdenes, según el teorema de las probabilidades totales:

$$G_K(x_1, \dots, x_K; t_1 \dots t_K) = \int_{(n-K)} d_{K+1 \dots n} G_n(x_1 \dots x_n; t_1 \dots t_n) \quad (\text{para todo } n > K)$$

Además de los valores probables correspondientes a las funciones de repartición G_n , se utilizan también valores probables *condicionales*, que

corresponden a las funciones de repartición relativas a las leyes de probabilidad *ligadas* (o probabilidades de pasaje):

$$P(x_n; t_n | x_{n-1} \dots x_1; t_{n-1} \dots t_1) = Pr \{ X/t_n \leq x_n \text{ cuando} \\ X/t_{n-1} = x_{n-1} \dots X/t_1 = x_1 \}$$

Tal ley es, por ejemplo, la probabilidad de que una partícula browniana se encuentre al tiempo t_n en el punto x_n , cuando se sabe que anteriormente ha ocupado las posiciones $x_1, x_2 \dots x_{n-1}$ en los instantes $t_1, t_2, \dots t_{n-1}$.

7) NOMENCLATURA DE LAS FUNCIONES ALEATORIAS

Según los puntos de vista y aplicaciones de la Física, las funciones aleatorias pueden ser distribuidas en clases y tipos, que no se excluyen entre sí. Ya dijimos en la introducción que el concepto general de función aleatoria había sido precedido por teorías que son sólo casos particulares: la de los procesos estocásticos de elementos independientes y la de las probabilidades en cadena. Por esta razón, la terminología en uso emplea indistintamente las expresiones *procesos estocásticos* (stochastic processes) o funciones aleatorias (random functions), y aun se prefiere el primer modo de expresión para ciertos esquemas.

El vocabulario más frecuentemente admitido es el siguiente:

Los *procesos discretos* son funciones aleatorias en las cuales el campo de la variable independiente es sólo un conjunto elemental.

Los *procesos continuos* son funciones aleatorias definidas en un conjunto que tiene la *potencia del continuo*.

Las *funciones aleatorias regulares* son las de media cuadrática *finita*.

Las *funciones aleatorias estacionarias* son aquellas en las cuales la función de repartición en todo conjunto $\{t_1, t_2, \dots t_n\}$ depende solamente de las diferencias $(t_j - t_i)$.

Los *procesos homogéneos* son aquellos en los que las probabilidades de pasaje dependen solamente de las diferencias:

$$(t_n - t_{n-1}), \dots (t_n - t_1).$$

Una *función aleatoria de conjunto* Z/S es una función aleatoria definida en un conjunto S de la variable cierta.

Se convierte en *proceso ortogonal*, si para todo conjunto de n subconjuntos separados $S_1, S_2, \dots S_n$, se verifica que:

(aditividad):

$$Z/(S_1 + S_2 + \dots + S_n) = Z/S_1 + Z/S_2 + \dots + Z/S_n$$

y (no correlación):

$$E [Z'/S_i, Z'/S_j] = E [|Z'/S_i|^2] \delta_{ij}$$

$$(Z' = Z - \bar{Z}; \delta_{ij} \text{ símbolo de Kronecker}).$$

Si Z/S_i y Z/S_j son, no sólo no correlacionadas, sino también *independientes en probabilidad*³, Z/S se denomina *proceso de elementos aleatorios independientes* (para $i \neq j$).

³ Se sabe que la independencia en probabilidad es una condición que predomina sobre la no correlación.

Una cadena de Markoff simple corresponde a una probabilidad de pasaje que depende solamente del último valor anterior:

$$P(x_n | x_{n-1}, x_{n-2}, \dots) = Q(x_n | x_{n-1})$$

Las cadenas de Markoff múltiples son aquellas en las que la probabilidad de pasaje depende de varios valores anteriores.

La función aleatoria sin conexión o *inconexo* es un caso límite de las cadenas de MARKOFF; es aquel en que:

$$P(x_n/x_{n-1}, x_{n-2} \dots) = Q(x_n)$$

Es el esquema de los juegos de azar puro (esquema de BERNOULLI).

Finalmente, desde el punto de vista de la *forma* de las funciones de repartición, se llama *normal* toda función aleatoria cuya ley de distribución en n puntos es la ley (normal) de GAUSS-PEARSON, caso que hemos dado como ejemplo de función aleatoria en el parágrafo 3.

Igualmente un proceso discreto que admite una ley de POISSON de n variables será llamado *proceso de POISSON*.

8) RELACIÓN DE LAS FUNCIONES ALEATORIAS CON EL AZAR

Tanto desde el punto de vista de las aplicaciones como del filosófico, es interesante proponerse conocer qué grado de azar o indeterminismo está incluido en los conceptos de función aleatoria y procesos estocásticos. Es evidente que el esquema aleatorio general engloba todos los grados, desde el azar puro hasta el determinismo riguroso (puesto que comprende desde el *inconexo* hasta la *constante aleatoria*). Pero la sutileza del tema hace que no pueda ser comprendido dentro de los límites de una simple clasificación. Como no se ha profundizado todavía en la materia, nos contentaremos con algunas consideraciones y ejemplos.

El oscilador de frecuencia cierta:

$$X/t = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$$

depende de dos constantes aleatorias A_1 y A_2 . La función aleatoria X/t está pues enteramente definida por la idea fundamental de la ley de repartición conjugada $H(a_1, a_2)$ en el espacio de dos dimensiones (a_1, a_2) . Diremos, en este caso con justa razón, que posee grado de *casualidad*: dos. En cuanto a la *previsibilidad* de X/t esta función es *enteramente previsible* cuando conocemos dos de sus valores realizados $X/t_1 = x_1$ y $X/t_2 = x_2$.

En efecto, entre X/t (para cualquier valor de t), y los valores realizados x_1, x_2 existe la relación *cierta*:

$$x_1 \sin \omega(t - t_2) + x_2 \sin \omega(t_1 - t_2) + X/t \sin \omega(t_2 - t_1) = 0$$

Pero si la frecuencia llega a ser aleatoria (Ω en lugar de ω), es decir, introduciendo tres constantes aleatorias (A_1, A_2, Ω) en lugar de dos, no por ello la función aleatoria X/t adquiere solamente *tres grados de casualidad*. En efecto, ya no existe ninguna relación cierta entre X/t y un número finito de valores realizados anteriormente. El grado de casualidad debe ser considerado *infinito*.

Por otra parte el grado de casualidad no está en relación directa con la *previsibilidad*. Así, la serie entera (convergente):

$$X/t = \sum_0^{\infty} A_n U_n(t),$$

cuyo grado de casualidad es, en general, *infinito numerable* y sin embargo *enteramente previsible*, es decir, que X/t puede calcularse casi con certeza, si se conoce su realización en un conjunto que posea la potencia del continuo (así fuera un intervalo infinitamente pequeño).

Los procesos de MARKOFF son ejemplos de esquemas *indeterministas*, es decir, en ellos el valor de la función en el instante $(t+h)$ no está determinado (casi seguramente) aun cuando se conocieran todos los valores realizados de $-\infty$ a t . El grado de casualidad de los procesos de MARKOFF debe ser considerado como infinito, pero con la potencia del continuo.

En todo caso, lo más digno de mención es que el concepto aleatorio pueda admitir esquemas *deterministas*.

Esta circunstancia, de gran valor por sus aplicaciones y para el problema general de la Previsión, es generalmente difícil de hacer comprender, pues quien oye *aleatorio* piensa inmediatamente en *azar*, *indeterminismo*, *imprevisibilidad*, lo que no es precisamente exacto.

9) DIVERSAS FORMAS DE CONVERGENCIA ALEATORIA

Si se quiere extender ventajosamente el concepto de convergencia del Análisis clásico al Análisis aleatorio, es evidente que debe hacérselo menos restrictivo y renunciar a la convergencia en cada prueba.

Se han intentado diversas formas de convergencia. Vamos a enunciarlas.

Sea una sucesión: X_1, X_2, \dots, X_n de números aleatorios que convergen hacia el límite aleatorio $X (n \rightarrow \infty)$

a) *Convergencia casi cierta*: si hay probabilidad *uno* de que cada realización x_n de X_n converja hacia la realización x de X .

b) *Convergencia en media cuadrática*, si:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E |X_n - X|^2 = 0$$

c) *Convergencia en probabilidad*, si:

$$Pr \{ |X_n - X| > \varepsilon \} \rightarrow 0$$

Cuando

$$n \rightarrow \infty ; (\varepsilon > 0)$$

d) *Convergencia en repartición (o de BERNOUILLI)*, si:

$$F_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} F(x)$$

siendo $F_i(x)$ la función de repartición de X_i .

Se muestra que a) y b) implican c), y éste a su vez d), pero a) no implica b) ni a la inversa.

Estas definiciones de series aleatorias se extienden inmediatamente a los límites de funciones aleatorias, al reemplazar el índice entero n por un parámetro continuo t .

La mayor parte de los teoremas del Análisis ordinario que se refieren a límites, se extienden a los límites aleatorios. En efecto, el Análisis clásico ya había concebido varios modos de convergencia análogos a los anteriores. En particular, señalemos que para la convergencia en media cuadrática:

a) Se cumple la condición de CAUCHY:

Para que

$$E | X_n - X_m |^2 \rightarrow 0,$$

es necesario y suficiente que:

$$E | X_n - X_m |^2 \rightarrow 0$$

b) La operación de límite en media cuadrática se permuta con la operación de media estocástica

$$E (\lim_{n \rightarrow \infty} X_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} E (X_n)$$

10) CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD EN MEDIA CUADRÁTICA

Sin pretender demasiada exclusividad, es evidente que son las funciones regulares del Análisis (continuas y derivables una o varias veces) las que han sido y son todavía los instrumentos de las matemáticas aplicadas.

Por esto, en el nuevo dominio de las funciones aleatorias es conveniente orientarse con preferencia hacia las clases de estas funciones que permitan el empleo de las operaciones fundamentales del Cálculo diferencial e integral.

Se dice que X/t es continua en *media cuadrática* si

$$\lim_{h \rightarrow 0} E (X/t + h - X/t)^2 = 0$$

y se demuestra que la condición necesaria y suficiente para ello es que la autocovariancia $\mu(t, s)$ de X/t sea continua en toda la extensión de la recta $t = s$ del plano (t, s) .

Análogamente se dice que X/t es derivable en *media cuadrática* (y admite como derivada la función \dot{X}/t), si:

$$\lim_{h \rightarrow 0} E \left| \frac{1}{h} [X/t + h - X/t] - \dot{X}/t \right|^2 = 0$$

para lo cual, es necesario y suficiente que la autocovariancia $\mu(t, s)$ admita las derivadas parciales

$$\frac{\partial \mu}{\partial t}, \frac{\partial \mu}{\partial s}, \frac{\partial^2 \mu}{\partial t \partial s}$$

a lo largo de la línea $t = s$.

Cuando X/t es estacionaria, $\mu(t, s)$ sólo depende de la diferencia $h = t - s$ y como las derivadas primeras $\frac{\partial \mu}{\partial t} = -\frac{\partial \mu}{\partial s} = \frac{\partial \mu}{\partial h}$ son nulas,

la condición se reduce a la existencia de la derivada segunda $\frac{\partial^2 \mu}{\partial h^2}$ para $h = 0$. En otras palabras, la curva de autocorrelación $r(h)$ debe tener tangente horizontal y curvatura definida en el punto ($h = 0$; $r(0) = 1$).

A título de ejemplo, digamos que las funciones aleatorias que admiten las autocovariancias siguientes

$$\cos \omega h, \exp(-\omega^2 h^2), \exp(-\omega |h|)$$

son continuas en media cuadrática; pero las dos primeras son derivables mientras que la tercera no lo es.

Oportuno es hacer notar desde ya que los caracteres analíticos de las funciones aleatorias (aquí: continuidad y derivabilidad), se traducen por caracteres analíticos de sus funciones de autocorrelación. Esta circunstancia digna de mención se pondrá, acto seguido, aún más en evidencia.

11) PROPIEDADES DE LA DERIVADA ALEATORIA

Las propiedades de la derivada cierta, y en consecuencia, las reglas de cálculo que resultan, se extienden felizmente sin modificaciones a la derivada aleatoria en media cuadrática; de manera que pueden seguirse empleando los algoritmos familiares y tradicionales, a los que estamos acostumbrados.

a) La operación de derivación se permuta con la de media estocástica:

$$E(\dot{X}/t) = \frac{d}{dt} E(X/t)$$

o aun

$$\overline{\dot{X}/t} = \frac{d}{dt} \overline{X/t}$$

b) Se aplica el teorema de la derivación de función de función.

Si $\varphi[X/t]$ es una función cierta de la función aleatoria X/t , es también una función aleatoria Z/t de la variable cierta t , y su derivada (aleatoria) respecto de t es:

$$\dot{Z}/t = \frac{\partial \varphi}{\partial X} \dot{X}/t = \frac{dZ}{dX} \dot{X}/t$$

La aplicación de las dos reglas precedentes, además de ser suficiente para extender a la derivada aleatoria todas las reglas del Cálculo diferencial, permite, entre otros, el cálculo de todos los momentos de las derivadas sucesivas en dos puntos, a partir de la autocovariancia.

Expongamos el resultado:

$$E [X/t X/s] = \frac{\partial^p + q}{\partial t^p \partial s^q} \mu(t, s)$$

12) LA INTEGRACIÓN ALEATORIA

Siguiendo el mismo proceso empleado para la continuidad y derivabilidad, la integrabilidad simple de la función aleatoria X/t se reduce a la integrabilidad (doble) de su autocovariancia $(\mu(t, s))$.

a) *La integral aleatoria de RIEMANN* en un intervalo (a, b) es el límite aleatorio de la suma

$$\sum_1^n X_i \delta t_i \quad \text{cuando} \quad n \rightarrow \infty \quad \left[\sum_1^n \delta t_i = (a, b) \right]$$

si este límite existe y lo designaremos por

$$\int_b^a X/t dt = R/ab$$

él existe, sí y sólo si existe

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ m \rightarrow \infty}} \sum_1^n \sum_1^m \mu(t_i, t_j) \delta t_i \delta t_j = \int_a^b \int_a^b \mu(t, s) dt ds = \overline{R^2}(a, b)$$

es decir, siempre que la integral cierta de RIEMANN de $\mu(t, s)$ exista en el cuadrado $(a, b) \times (a, b)$ del plano (t, s) .

b) *La integral aleatoria de LEBESGUE* es el límite de la suma:

$$\sum_1^n X_i \theta(S_i) \quad (n \rightarrow \infty) \quad (S_i \text{ separados})$$

siendo $\theta(S)$ una medida definida en todos los conjuntos de Borel de la recta euclidiana.

Este límite, que indicaremos por

$$\int_s X/t d\theta(S) = L/S$$

existe, y sólo en esas condiciones, si existe la integral doble (cierta) de LEBESGUE de la autocovariancia $\mu(t, s)$ en el conjunto $S \times S$ del plano (t, s) .

Y entonces:

$$\int_s \int_s \mu(t, s) d\theta(t) d\theta(S) = \overline{L^2}/S = \overline{L^2}(S)$$

c) *La integral aleatoria de STIELTJES*; de X/t respecto a la función aleatoria de conjunto Z/S , es el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_1^n X_i Z/S_i = \int_s X/t dZ/t = W/S$$

Si X es independiente de Z , la condición necesaria y suficiente para la existencia de W/S , es la existencia de la integral (cierta) de STIELTJES:

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ m \rightarrow \infty}} \sum_1^n \sum_1^m \mu_x(t_i, t_j) \mu_z(S_i, S_j) = \int_s \int_s \mu_x(t, s) d\mu_z(t, s) = \overline{W^2/S} = \overline{W^2}(S)$$

La operación de integración aleatoria es permutable con la de media estocástica

$$E\left(\int \dots\right) = \int E(S \dots)$$

Además, la integral aleatoria goza de todas las propiedades de la integral cierta, ya que la integral de su autocovariancia las posee.

13) LAS FUNCIONES ALEATORIAS ANALÍTICAS

Consideremos a X y t como complejos; la autocovariancia es:

$$\mu(t, s) = \overline{X/t X^*/s}$$

Se dice que X/t es analítica en una cierta región del plano t , rodeada por el contorno simple C , si puede ser desarrollada en una serie de TAYLOR convergente en media cuadrática:

$$X/t + h = \sum_0^{\infty} \frac{h^n}{n!} \frac{^{(n)}X/t}{n!} \quad (\text{para } |h| < \delta)$$

La condición necesaria y suficiente de analiticidad de X/t es la analiticidad de su autocovariancia $\mu(t, s)$ en la región correspondiente del espacio (t, s)

Se tiene:

$$\begin{aligned} \mu(t+h, s+k) &= \sum_{n,m} \frac{h^n k^m}{n! m!} \frac{\delta^{n+m}}{\delta t^n \cdot \delta s^m} \mu(t, s) \\ &= \sum_{n,m} \frac{h^n k^m}{n! m!} \frac{^{(n)}X/t \cdot ^{(m)}X/s}{n! m!} \end{aligned}$$

fórmula que permite calcular la autocovariancia de la función por medio de los momentos conjugados de sus derivadas sucesivas en un punto.

De ello resulta, en particular, el desarrollo del coeficiente de autocorrelación de una función analítica estacionaria (muy útil por sus aplicaciones):

$$r(h) = 1 - \frac{h^2}{2} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right)^2 + \frac{h^4}{4!} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0}\right)^2 + \dots + (-1)^n \frac{h^{2n}}{(2n)!} \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_0}\right)^2 + \dots$$

donde $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \dots$ son los desvíos tipo de la función y de sus derivadas sucesivas.

Como la autocovariancia de una función aleatoria la caracteriza, puede decirse que una función aleatoria analítica está determinada por su ley de repartición y la de sus derivadas en un solo punto

$$K(x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0, \dots)$$

Es fácil dar ejemplos de función aleatoria analítica. Así:

$$X/t = \sum_0^{\infty} A_n \frac{t^n}{n!}$$

donde

$$\overline{A_n} = 0 \quad \overline{A_n^2} = 1 \quad \text{y} \quad \overline{A_n A_m} = 0 \quad (n \neq m)$$

es analítica y tiene por autocovariancia

$$\mu(t, s) = J_0(2i\sqrt{ts})$$

(J_0 función de BESSEL de orden cero).

El oscilador aleatorio

$$X/t = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$$

donde

$$\overline{A_1} = \overline{A_2} = 0; \quad \overline{A_1^2} = \overline{A_2^2} = 1 \quad \overline{A_1 A_2} = 0$$

es una función analítica estacionaria, y su autocovariancia es:

$$\mu(t, s) = \cos \omega(t - s)$$

14) LOS PROCESOS ORTOGONALES HOMOGÉNEOS

Las funciones aleatorias analíticas son un esquema en el que el determinismo está llevado al máximo compatible con el carácter aleatorio. Su gran interés reside en que son susceptibles de una previsión "casi cierta", de modo que podríamos decir que el problema de la previsión consiste principalmente, en construir, a partir de los datos de observación, funciones analíticas, o por lo menos, que se aproximen lo más posible a este carácter (así: la lluvia sinóptica o media de la lluvia sobre un medidor pluviométrico, en lugar de la observación pluviométrica individual).

Pero, aparte de la previsión, para otras aplicaciones y también por necesidades teóricas, se requiere la consideración de esquemas menos deterministas que el esquema analítico y entre ellos, uno de los más importantes, es el esquema de los *procesos ortogonales homogéneos*.

Los procesos ortogonales han sido definidos en el párrafo 7 (Nomenclatura de las funciones aleatorias) como funciones aleatorias de conjunto Z/S , no autocorrelacionadas en conjuntos separados. Cuando los conjuntos S son los intervalos (τ) de la recta euclidiana t , y la variancia $\sigma^2(s)$ en el intervalo (τ) es sólo función de la longitud τ de este intervalo, el proceso ortogonal se dice *homogéneo*. La función $\sigma^2(\tau)$ debe entonces satisfacer la ecuación funcional $\sigma^2(\tau_1 + \tau_2) = \sigma^2(\tau_1) + \sigma^2(\tau_2)$ siendo τ_1 y τ_2 dos intervalos separados cuya solución es:

$$\sigma^2(\tau) = c^2(\tau) \quad (c: \text{constante})$$

En consecuencia, la autocovariancia de la función aleatoria correspondiente es:

$$\begin{cases} \mu(t, s) = \sigma^2(s) & \text{si } t > s \\ \mu(t, s) = \sigma^2(t) & \text{si } t < s \end{cases}$$

Esta función aleatoria Z/t es *continua* en media cuadrática siempre que $\sigma^2(t)$ sea continua, pero no derivable en media cuadrática aun cuando $\sigma^2(t)$ fuera derivable, pues las derivadas de la autocovariancia $\frac{\partial \mu}{\partial t}, \frac{\partial \mu}{\partial s}$ son discontinuas para $t = s$.

La integral de STIELTJES de una función aleatoria X/t relativa a un proceso ortogonal Z/t (X y Z no correlacionadas)

$$W/S = \int_s X/t dZ/t$$

es también un proceso ortogonal, cuya función de autocorrelación es

$$\overline{W/S_i W^*/S_j} = \int_{S_i S_j} \mu(t, t) d\sigma^2(t)$$

es decir nula, si los conjuntos S_i, S_j están separados ($S_i \cdot S_j = 0$) e igual a $\overline{W^2/S_i}$ si $S_i \equiv S_j$.

Un caso particular importante de la integral de STIELTJES aleatoria, es el que se presenta cuando X/t es una función cierta $\varphi(t/\lambda)$ de t y de otro parámetro λ , y en el que Z/λ es un proceso ortogonal homogéneo en λ ($\overline{Z/\lambda} = 0$).

Se obtiene así la función aleatoria

$$X/t = \int_s \varphi(t, \lambda) dZ/\lambda$$

cuya autocovariancia es

$$\mu(t, s) = \int_s \varphi(t, \lambda) \varphi^*(s, \lambda) d\sigma^2(\lambda)$$

Se advierte inmediatamente que es una suerte de desarrollo en serie, de funciones ciertas (las φ) con coeficientes aleatorios ortogonales (los dZ).

15) EL INCONEXO (O FUNCIÓN ALEATORIA NULA)

La función aleatoria que representa el máximo de indeterminismo — de hecho un determinismo *total* — es el *inconexo*. Corresponde a una autocovariancia $\mu(t, s)$ que es siempre nula, salvo sobre la recta $t = s$.

Su integral de LEBESGUE

$$\int_s X/t d\theta(t)$$

es nula en todo conjunto S medible pues

$$E \left| \int_s X/t d\theta(t) \right|^2 = \int_s \int_s \mu(t, s) d\theta(t) d\theta(s) = 0$$

ya que el elemento de la integral doble es nulo excepto sobre la recta $t = s$ que es de medida nula en el plano (t, s) .

El inconexo es la función aleatoria que caracteriza los juegos de *azar puro*, y puede decirse que el Cálculo de probabilidades (clásico) tiene por objeto su estudio.

Su importancia, en la teoría de las funciones aleatorias, proviene de que se demuestra que *toda* función aleatoria estacionaria puede ser descompuesta en la suma de una función continua en media cuadrática y de un inconexo.

16) LA TEORÍA DE LAS FUNCIONES ALEATORIAS Y EL ESPACIO DE HILBERT

La artillería pesada —digámoslo así— del espacio de HILBERT ha venido muy oportunamente a apoyar la infantería dispersa de las funciones aleatorias. En efecto, el espacio de HILBERT parece un cuadro preparado de antemano para dar cabida a las funciones aleatorias, y, a menudo, sólo hay que trasladar a lenguaje aleatorio las propiedades del espacio de HILBERT.

La similitud de estructura que presentan ambas teorías proviene de que los números aleatorios de media cuadrática finita forman un *espacio vectorial lineal* (con respecto a las operaciones de multiplicación por un escalar).

Introduciendo una *métrica* por la definición de producto escalar, como el momento rectángulo (o covariancia) de los números aleatorios es:

$$(X_i, X_j) = E(X_i X_j^*) = \mu_{ij}$$

se establece la *congruencia* del espacio de los números aleatorios con el espacio de HILBERT.

Y entonces las teorías de las funciones aleatorias de variable real t se reducen simplemente al problema de la *aplicación* de la recta euclidiana en el espacio de HILBERT. La condición de posibilidad es que la función aleatoria X/t sea *continua* en media cuadrática y entonces la representación geométrica de X/t es una *trayectoria hilbertiana*. Se ve que el inconexo escapa a esta representación; necesita un espacio (*no separable*) de un número cardinal de dimensiones que posea la potencia del continuo (y no solamente de aleph cero).

17) LAS FUNCIONES ALEATORIAS CONSIDERADAS COMO OPERADORES DEL ESPACIO DE HILBERT

Surge espontáneamente la idea de engendrar una función aleatoria por medio de una familia de operadores T_{ts} que dependan de dos parámetros t, s haciendo corresponder el espacio de HILBERT consigo mismo, por la transformación

$$X/t = T_{ts} X/s$$

En la familia de operadores T se tiene la ley de composición

$$T_{tn} = T_{ts} T_{sn}$$

De aquí un nuevo aspecto de la teoría de las funciones aleatorias que la vincula a la de los operadores en el espacio de HILBERT. Es casi

innecesario señalar cuánto se asemeja este punto de vista al de los conceptos aleatorios de las Nuevas mecánicas.

En el caso de procesos homogéneos (funciones aleatorias estacionarias) el operador T_{ts} sólo depende de la diferencia $h = t - s$. La familia de los operadores T , funciones de un solo parámetro h , forma un grupo *abeliano*, cuya ley de composición es:

$$T_{h+k} = T_h T_k = T_k T_h$$

Además, los operadores T_h son *unitarios*, pues conservan el producto escalar:

$$(T_h X/t, T_h X/s) = \mu(t-s) = (X/t, X/s)$$

Finalmente los procesos ortogonales están engendrados por los operadores E_λ , *resoluciones de la identidad*⁴:

$$Z/\lambda = E_\lambda X$$

18) EL GRADO DE CASUALIDAD EN EL ESPACIO DE HILBERT

Hemos visto (§ 16) que sólo las funciones aleatorias continuas son admitidas en el espacio (separable) de HILBERT, mientras que los incoherentes se excluyen. Para las primeras el espacio de HILBERT da una interpretación clara de la significación del grado de casualidad (§ 8), que es entonces finito o infinito enumerable.

Se dirá que X/t posee n grados de casualidad si los determinantes de las autocovariancias $\Delta_p = ||\mu_{ij}||$ ($i, j = 1, 2, \dots, p$), o determinantes de GRAM, en la terminología de los espacios de HILBERT, se anulan para todo entero $p > n$. En lenguaje geométrico esto significa que la trayectoria X/t está contenida en un espacio euclidiano R_n de n dimensiones. Cuando $n = \infty$ (numerable) la trayectoria sólo puede ser incluida en el espacio de HILBERT, y la función X/t es totalmente aleatoria.

Veamos los casos particulares elementales. Para que la trayectoria sea una recta (o un segmento de recta) es necesario y suficiente que la autocovariancia satisfaga la ecuación funcional:

$$\mu^2(t, s) = \mu(t, t) \mu(s, s) \quad (\Delta_2 = 0)$$

Y es fácil ver (desigualdad de SCHWARZ) que las funciones aleatorias correspondientes son de la forma:

$$X/t = z \varphi(t)$$

donde φ es una función cierta y z una constante aleatoria.

Para que una función aleatoria esté contenida en un plano, es necesario y suficiente que $\Delta_2 = 0$, lo que conduce, en el caso de estacionarie-

⁴ Recordemos brevemente que se designa por resolución de la identidad a una familia de operadores (de proyección) tales que:

a) Si $\mu > \lambda$ $E_\lambda E_\mu = E_\mu E_\lambda = E_\lambda^2 = E_\lambda$
 b) $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} E_\lambda = 0$; $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} E_\lambda = 1$

Es evidente la analogía de estructura con los procesos ortogonales.

dad, a la ecuación funcional en las autocovariancias (suponiendo $\sigma^2 = 1$),

$$1 - \mu^2(h) - \mu^2(k) - \mu^2(h+k) + 2\mu(h)\mu(k)\mu(h+k) = 0$$

cuya solución es:

$$\mu(h) = \cos \omega h$$

siendo ω un número cierto.

La función aleatoria correspondiente es el oscilador aleatorio de frecuencia cierta

$$X/t = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \quad \left(\begin{array}{l} \overline{A_1 A_2} = 0 \\ \overline{A_1^2} = \overline{A_2^2} \end{array} \right)$$

La trayectoria hilbertiana es una circunferencia común, recorrida con movimiento uniforme. Este esquema es el del *vector luminoso* de Fresnel.

19) DESARROLLOS ORTOGONALES Y ESPECTRALES DE LAS FUNCIONES ALEATORIAS

Así como un vector del espacio de HILBERT puede ser expresado por una combinación lineal de sus componentes en un sistema completo de ejes ortogonales, una función aleatoria continua X/t puede ser desarrollada en una serie, en la que cada término es su componente sobre un eje. De aquí el desarrollo:

$$X/t = \sum_0^{\infty} z_i \varphi_i(t)$$

siendo z_i un conjunto numerable de constantes aleatorias ortonormales, es decir tales que:

$$\overline{z_i z_j^*} = (Z_i, Z_j) = \delta_{ij} \quad (\text{símbolo de Kronecker})$$

La autocovariancia de X/t es:

$$\mu(t, s) = \sum_0^{\infty} \varphi_i(t) \varphi_i^*(s)$$

Con mayor generalidad, se puede concebir un *desarrollo espectral* de X/t

$$X/t = \int_R \varphi(t, \lambda) dZ/\lambda$$

(siendo R un conjunto de la recta λ).

La autocovariancia de X/t se expresa por:

$$\mu(t, s) = \int_R \varphi(t, \lambda) \varphi^*(s, \lambda) d\sigma^2(\lambda)$$

donde $\sigma^2(\lambda) = E | Z/\lambda |$ es una función no decreciente de λ .

20) ANÁLISIS ESPECTRAL DE UNA FUNCIÓN ALEATORIA

En primer lugar, se trata de elegir un conjunto completo de funciones ciertas ortogonales $\varphi_n(t)$. Lo que parece más natural es recurrir al es-

pectro de la autocovariancia $\mu(t, s)$, es decir, elegir las funciones propias correspondientes. Son, como se sabe, las soluciones de la ecuación integral homogénea

$$\sigma_n^2 \varphi_n(t) = \int_S \mu(t, s) \varphi_n(s) ds$$

siendo S el dominio de definición de X/t en t . Si el espectro de $\mu(t, s)$ es discreto, las φ_n forman un sistema ortogonal completo y

$$\mu(t, s) = \sum_0^{\infty} \sigma_n^2 \varphi_n(t) \varphi_n^*(s)$$

El desarrollo de X/t según las funciones φ_n es:

$$X/t = \sum_0^{\infty} \sigma_n \varphi_n(t) Z_n$$

y los coeficientes Z_n de este desarrollo están dados por

$$Z_n = \frac{1}{\sigma_n} \int_T X/t \varphi_n^*(t) dt$$

Resulta más delicado considerar el caso en que $\mu(t, s)$ tiene un espectro continuo. Lleva la siguiente expresión de Z/λ :

$$Z/\lambda_2 - Z/\lambda_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_T X/t \varphi_n^*(t, \lambda) dt d\lambda$$

Otra forma de obtener el desarrollo espectral de X/t es expresar el operador T_t que engendra la función aleatoria X/t (es decir tal que $X/t = T_t X/0$), en términos de resolución de la identidad; sea

$$T_t = \int_R \varphi(t, \lambda) dE_\lambda$$

Así resulta que:

$$X/t = T_t X/0 = \int_R \varphi(t, \lambda) d(E_\lambda X/0) = \int_R \varphi(t, \lambda) dZ/\lambda$$

$Z/\lambda = E_\lambda X/0$ es un proceso ortogonal.

21) ANÁLISIS DE FOURIER DE LAS FUNCIONES ALEATORIAS ESTACIONARIAS

En caso de estacionariedad, las funciones φ son los exponenciales imaginarios $e^{i\omega t}$. El operador T_t es:

$$T_t = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dE_\omega$$

donde E_ω es una resolución de la identidad.

Y el desarrollo espectral de X/t es:

$$X/t = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dZ/\omega$$

siendo Z/ω un proceso ortogonal.

La autocovariancia es una función $\mu(h)$ de la diferencia $h = t - s$; en general implica un espectro discreto y otro continuo.

$$\mu(h) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega h} d\sigma^2(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{i\omega_n t} + \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} f(\omega) d\omega$$

La inversa de FOURIER Z/ω de X/t tiene como expresión:

$$Z/\omega = \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^{\omega-0} dZ/\omega + \int_0^{\omega+0} dZ/\omega \right] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - e^{-i\omega t}}{it} X/t dt$$

A la descomposición espectral de la autocovariancia corresponde una descomposición espectral de la función aleatoria

$$X/t = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n e^{i\omega_n t} + \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dR(\omega)$$

con

$$\overline{A_m A_n^*} = \alpha_n \delta_{mn} \quad \text{y} \quad \frac{d|R|^2}{d\omega} = f(\omega)$$

Es así como el análisis armónico de una función aleatoria está relacionado con el de su autocovariancia, lo que le confiere una significación completamente distinta. Por ejemplo, mientras el diagrama de los números de WOLF y WOLFER (manchas solares) muestra una sucesión irregular de períodos *que oscilan ampliamente* alrededor del período medio de 11,4 años, por contraposición, la autocovariancia acusa un período muy constante de 11,4 años.

Según parece el análisis armónico se acerca más a la *realidad física* de los períodos que el análisis ordinario de FOURIER. El Periodograma de SCHUSTER es, evidentemente, un precursor del análisis armónico aleatorio.

22) ESTIMACIÓN DE LAS MEDIAS ESTOCÁSTICAS POR LAS MEDIAS TEMPORALES

Las medias que figuran en el simbolismo de las funciones aleatorias, son medias abstractas, tomadas en cierto modo, *en un espacio de fases*. Pero cuando se quiera aplicar el cálculo aleatorio, la experiencia (sucesión de valores numéricos, registros, diagramas) sólo proporcionará medias *temporales*. Se planteará entonces la importante cuestión de conocer en qué medida y en qué condiciones las medias estocásticas de la teoría pueden ser *estimadas* por las medias temporales de la experiencia. Esto no es otra cosa que el problema *ergódico*.

Claro está, que una excelente manera de resolver el problema consiste en no preocuparse por las aplicaciones numéricas y justificar la hipótesis

ergódica por el éxito *a posteriori* del cálculo. Pero, es de todos modos interesante ver qué pueden enseñarnos las matemáticas sobre este tema.

Sea $X/t = Y/t - \bar{Y}$ una función aleatoria estacionaria y continua, de autocovariancia $\mu(h)$; si $M(Y)$ designa una media temporal se demuestra que

$$M(Y) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T Y/t dt = E(Y) + A_0$$

y

$$E(|A_0|^2) = \alpha_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mu(h) dh$$

En consecuencia si $\alpha_0 = 0$, es decir si no hay línea espectral de frecuencia nula, la media temporal $M(Y)$ es igual a la media estocástica $E(Y)$. Este resultado se extiende a una función cierta cualquiera $\varphi[X/t]$ de una función aleatoria y a funciones en más de un punto: por ejemplo $Y/t = X/t + h$ (siendo h un intervalo fijo). Este ejemplo es importante pues muestra que la autocovariancia $\mu(h)$ puede ser estimada por la media temporal.

En suma, la ergodicidad está teóricamente establecida para las funciones aleatorias estacionarias *continuas*, de modo que prácticamente la única hipótesis de trabajo que debe considerarse es la de *estacionariedad*. Y esto, pensándolo bien, no es otra cosa que la creencia en la *causalidad*, es decir, en la existencia de leyes permanentes de la Naturaleza independientes de la época.

23) APLICACIÓN AL MOVIMIENTO BROWNIANO

Para completar esta exposición sólo nos falta dar algunos ejemplos de aplicación de funciones aleatorias. Nos contentaremos con dos — hoy plenamente clásicos — uno concerniente al movimiento browniano, otro a la turbulencia de los fluidos.

Designamos con X/t (función aleatoria) a la coordenada de la partícula browniana. Su velocidad U/t es la derivada aleatoria \dot{X}/t de la coordenada. La partícula está sometida a una fuerza de rozamiento viscoso αU (siendo α la constante de STOKES) y al impulso Z/t de las moléculas circundantes. Este impulso está considerado como un proceso homogéneo aditivo normal de media nula e independiente de la posición y de la velocidad de la partícula. No nos es posible escribir la ecuación (aleatoria) de la dinámica de la partícula como una ecuación diferencial, puesto que no sabemos si U es derivable (sabemos que Z no lo es). Sea entonces

$$\delta U + \alpha U = \delta Z$$

esta ecuación.

La solución en su forma definitiva es visiblemente:

$$U/t - U/0 e^{-\alpha t} = \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} dZ/\tau$$

De donde deducimos la media:

$$\bar{U} = \mu_0 e^{-\alpha t}$$

para todas las partículas cuya velocidad y posición inicial en el instante $t = 0$ son: μ_0 y x_0 .

La parte puramente aleatoria de U/t es entonces la integral del segundo miembro. De aquí la expresión de su autocovariancia $\mu(t, s)$ — ver § 14 —

$$\mu(t, s) = \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} e^{-\alpha(s-\tau)} \sigma^2 d\tau$$

estableciendo $\bar{Z}^2(\tau) = \sigma^2\tau$ (proceso ortogonal homogéneo § 14).

El resultado de la integración es:

$$\mu(t, s) = \frac{\sigma^2}{2\alpha} e^{-\alpha(s-t)} [1 - e^{-2\alpha t}]$$

Así, U/t es una función aleatoria *continua* pero no derivable y por otra parte no estacionaria. Constituye un proceso de MARKOFF simple.

Cuando $t \rightarrow \infty$, $\mu(t, s)$ tiende a $\frac{\sigma^2}{2\alpha} e^{-\alpha(s-t)}$ por lo cual obtendremos un coeficiente de autocorrelación

$$r(h) = \exp(-\alpha |h|) \quad (h = s - t)$$

En consecuencia, U/t tiende a una función aleatoria estacionaria; es un ejemplo de la tendencia ergódica, asintótica de los procesos de MARKOFF hacia distribuciones estacionarias estables.

El desplazamiento X del gránulo browniano se obtiene como si se tratara de la integral aleatoria de U/t , es decir, que su autocovariancia $\mu_x(t, s)$ se deduce de $\mu(t, s)$ por integración doble en el cuadrado $(0, t) \times (0, s)$ del plano (t, s) ; y su variancia — que es el objeto de la teoría del movimiento browniano — tiene como expresión

$$\mu_x(t, t) = E(X/t - x_0)^2 = \frac{\sigma^2}{2\alpha^3} (2\alpha t - 3 + 4e^{-\alpha t} - e^{-2\alpha t})$$

Cuando $t \rightarrow \infty$ ella tiende hacia $\frac{\sigma^2}{\alpha^2} t$ y sólo falta reemplazar σ y α por sus valores en función de magnitudes físicas (temperatura, viscosidad y radio de la partícula) para encontrar la ley del movimiento browniano tal como ha sido primitivamente establecida por EINSTEIN.

24) LA TEORÍA ESTADÍSTICA DE LA TURBULENCIA

Consiste esencialmente en una operación que podríamos llamar *aleatorización* de las ecuaciones del movimiento de fluidos viscosos y que tiene como objeto deducir de las ecuaciones que se refieren a pruebas individuales, ecuaciones que vinculan entre sí los parámetros estadísticos del movimiento (valores probables, covariancias).

Escribamos las ecuaciones del movimiento en el punto $P(x_i)$ con la notación usual y fácil de comprender en sí misma⁵:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 u_i$$

El primer paso de la aleatorización, que consiste simplemente en tomar las medias de esas ecuaciones, ha sido cumplido desde hace tiempo por REYNOLDS. Resulta:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 \bar{u}_i - \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_k u'_i}$$

Hace aparecer al tan conocido tensor de REYNOLDS $\|\overline{u'_k u'_i}\|$ que representa el transporte de cantidad de movimiento por la agitación turbulenta.

La única diferencia entre la teoría de REYNOLDS y la teoría estadística es que en la primera las medias son *temporales*, mientras que en la segunda son *estocásticas*. Sabemos ahora que el empleo de medias temporales sólo es legítimo si u es estacionaria en el tiempo y continua (teorema ergódico § 22).

Pero la aleatorización no se detiene en el punto alcanzado por REYNOLDS; nos es necesario ahora establecer las ecuaciones para el tensor de autocovariancia. Con este fin multipliquemos la ecuación de movimiento por la componente de agitación v'_j en otro punto $Q(y_j)$ y tomemos las medias. Obtendremos:

$$\overline{v'_j \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i u_k v'_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{\rho v'_j} + \nu \nabla^2 \overline{u_i v'_j}$$

Introduciendo la hipótesis de estacionariedad en el espacio, es decir, admitiendo que los parámetros estadísticos sólo dependen de la diferencia

$$\xi_i = y_i - x_i \text{ se tiene } \left(\frac{\partial}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial \xi_i} \right)$$

$$\overline{v'_j \frac{\partial u_i}{\partial t}} - \frac{\partial}{\partial \xi_k} \overline{u_j u_k v'_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \overline{\rho v'_j} + \nu \nabla^2 \overline{u_i v'_j}$$

Pero podemos escribir una ecuación simple tomando las ecuaciones del movimiento en el punto $Q(y_i)$ sea $\left(\frac{\partial}{\partial y_i} = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \right)$

$$\overline{u'_i \frac{\partial v_j}{\partial t}} + \frac{\partial}{\partial \xi_k} \overline{v_i v_k u'_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \xi_j} \overline{\rho u'_i} + \nu \nabla^2 \overline{v_i u'_j}$$

⁵ Dada la complejidad de notaciones nos vemos obligados a renunciar a símbolos especiales de derivación aleatoria y a emplear los símbolos comunes.

La suma de las dos ecuaciones así obtenidas nos conduce a la ecuación concisa:

$$\frac{\partial \mu_{ij}}{\partial t} + T_{ij} = P_{ij} + 2 \nu \nabla^2 \mu_{ij}$$

poniendo

$$\mu_{ij} = \overline{u_i' v_j'}$$

$$T_{ij} = - \frac{\partial}{\partial \xi_k} (\overline{\mu_i \mu_k v_j'} - \overline{v_j v_k \mu_i'})$$

$$P_{ij} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{p v_j'}}{\partial \xi_i} - \frac{\partial \overline{q \mu_i'}}{\partial \xi_j} \right)$$

En las aplicaciones de la ecuación a las autocovariancias se han introducido diversas hipótesis simplificadoras para hacer desaparecer los tensores T_{ij} y P_{ij} , y el problema se reduce a la ecuación de la difusión

$$\frac{\partial \mu_{ij}}{\partial t} = 2 \nu \nabla^2 \mu_{ij}$$

Esta ecuación da cuenta del mecanismo de extinción de la turbulencia (decay of turbulence).

La teoría estadística de la turbulencia ha sido objeto de numerosas verificaciones en túnel aerodinámico. Una teoría parecida sería necesaria en Meteorología (Mecánica de la Atmósfera) para el movimiento en escala sinóptica, es decir en la de las redes meteorológicas. Ha sido comenzada y confrontada con éxito con los hechos experimentales. De esto puede surgir una mejora del pronóstico del tiempo, sin considerar una posible mejor comprobación de la circulación general del aire.

APÉNDICE

DEFINICIÓN AXIOMÁTICA DEL ESPACIO DE HILBERT

El tratamiento axiomático del espacio de HILBERT fué dado originalmente por J. VON NEUMANN. Nosotros seguiremos aquí a M. STONE. Definiremos dicho espacio en la siguiente forma:

Una clase H de elementos f, g, \dots forman un espacio de HILBERT si satisfacen los siguientes postulados:

Postulado A. — H es un espacio lineal, es decir,

(1) Existe una operación $+$ que es conmutativa y asociativa, tal que si

$$f \in H \quad y \quad g \in H \rightarrow f + g \in H$$

(2) Existe una operación distributiva y asociativa, aplicable a todo por (a, f) donde a es un número complejo y f es un elemento de H .

(3) En H existe un elemento nulo θ tal que:

$$f + \theta = f \quad a \cdot \theta = \theta \quad o \cdot f = \theta$$

Postulado B. — Existe una función numérica (f, g) definida para todo $f, g \in H$ con las propiedades:

- (1) $(af, g) = a(f, g)$
- (2) $(f_1 + f_2, g) = (f_1, g) + (f_2, g)$
- (3) $(g, f) = \overline{(f, g)}$
- (4) $(f, f) \geq 0$
- (5) $(f, f) = 0 \iff f = 0$

El valor $(ff)^{1/2}$ se indicará $|f|$

Postulado C. — Para todo n , $n = 1, 2, 3, \dots$ existe un conjunto de n elementos linealmente independientes de H , es decir:

$$a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_n f_n = 0 \iff a_1 a_2 = \dots a_n = 0$$

Postulado D. — H es separable; esto es, existe un conjunto infinito numerable de elementos de H , $f_1 f_2 \dots$ tales que para todo $g \in H$ y todo $\varepsilon > 0$ hay un $n = n(g, \varepsilon)$ para el cual $|f_n - g| < \varepsilon$

Postulado E. — E es completo, es decir, si una sucesión $|f_n|$ de elementos de H satisfacen la condición

$$|f_m - f_n| \rightarrow 0 \quad \text{si} \quad m, n \rightarrow \infty$$

entonces existe $f \in H$ tal que

$$|f - f_n| \rightarrow 0 \quad \text{si} \quad n \rightarrow \infty$$

Introduzcamos ahora ciertas notaciones y convenciones

- (a) $-f = (-1)f$
- (b) $f - g = f + (-1)g$
- (c) \bar{a} complejo conjugado de a
- (d) $af = a \cdot f$
- (e) $R(a)$ parte real del complejo a
- (f) $I(a)$ parte imaginaria del complejo a
- (g) $|a|$ valor absoluto de a

De B(1) a B(5) se deduce que:

$$B(6) \quad (f, ag) = \bar{a}(f, g)$$

$$B(7) \quad (f, g_1 + g_2) = (fg_1) + (fg_2)$$

$$B(8) \quad |af| = |a| \cdot |f|$$

De aquí se deduce que $B(9) \quad |(f, g)| \leq |f| \cdot |g|$ donde vale el signo = si y sólo si f y g son linealmente independientes. En efecto, sean λ y μ números reales tales que $\lambda^2 + \mu^2 \neq 0$ entonces:

$$\lambda f + e^{i\eta} \mu g$$

es θ para alguna elección conveniente de η , λ y μ si y sólo si f y g son linealmente dependientes. Entonces por $B(4)$ y $B(5)$

$$(\lambda f + e^{i\eta} \mu g, \lambda f + e^{i\eta} \mu g) \geq 0$$

donde vale el signo $=$ cuando f y g son linealmente dependientes. Desarrollando por $B(2)$, $B(1)$ y $B(6)$ y usando $B(3)$ teniendo en cuenta que $a + \bar{a} = 2 R(a)$ tendremos:

$$\lambda^2 |f|^2 + 2 \lambda \mu R(e^{-i\eta} (fg)) + \mu^2 |g|^2 \geq 0$$

Podemos elegir μ tal que $e^{-i\eta} (fg) = - |(f,g)|$. Entonces la ecuación se reduce en el caso de la independencia lineal a:

$$\lambda^2 |f|^2 - 2 \lambda \mu |(f,g)| + \mu^2 |g|^2 > 0$$

Ahora en la independencia lineal $|g| \neq 0$ tomando $\lambda = |g|$

$$\mu = \frac{|(fg)|}{|g|}$$

tendremos:

$$|f|^2 |g|^2 - |(f,g)|^2 \geq 0$$

Por otra parte, si f y g son linealmente dependientes es fácil ver que vale el signo igual.

$B(10) |f+g| \leq |f| + |g|$ donde vale el signo igual si y sólo si f y g son linealmente dependientes.

En efecto:

$$\begin{aligned} |f+g|^2 &= (f+g, f+g) = |f|^2 + 2 R(f,g) + |g|^2 \leq \\ &\leq |f|^2 + 2 |f| \cdot |g| + |g|^2 = (|f| + |g|)^2 \end{aligned}$$

REALIZACIONES DEL ESPACIO DE HILBERT

1. — Sea l_2 el conjunto de sucesiones de números complejos

$$\{ a_1, a_2 \dots a_n \dots \} \text{ tales que } \sum_{\alpha=1}^{\infty} |a_{\alpha}|^2 < \infty$$

Definimos:

$$\begin{aligned} \{ a_1, a_2, \dots \} + \{ b_1, b_2, \dots \} &= \{ a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots \} \\ a \{ a_1, a_2, \dots \} &= \{ a a_1, a a_2, \dots \} \\ \theta &= \{ 0, 0, \dots \} \end{aligned}$$

$$(\{ a_1, a_2 \dots \} \{ b_1, b_2 \dots \}) = \sum_{\alpha=1}^{\infty} a_{\alpha} \bar{b}_{\alpha}$$

Es claro que:

$$|a+b|^2 \leq (|a|^2 + |b|^2)$$

y que si

$$\{ a_1, a_2 \dots \} \text{ y } \{ b_1, b_2 \dots \} \in l_2$$

entonces:

$$\{ a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots \} \in l_2$$

y que si

$$\{ a_1, a_2, \dots \} \in l_2 \iff \{ a a_1, a a_2, \dots \} \in l_2$$

En forma análoga a la demostración de B(9) puede probarse que:

$$\left(\sum_{\alpha=1}^n |a_{\alpha} \bar{b}_{\alpha}|^2 = \sum_{\alpha=1}^n |a_{\alpha}|^2 |\bar{b}_{\alpha}|^2 \leq \left(\sum_{\alpha=1}^n |a_{\alpha}|^2 \right) \left(\sum_{\beta=1}^n |\bar{b}_{\beta}|^2 \right) \right)$$

Entonces si $\sum |a_{\alpha}|^2$ y $\sum |b_{\alpha}|^2$ convergen la suma $\sum_{\alpha=1}^{\infty} a_{\alpha} \bar{b}_{\alpha}$ es absolutamente convergente y por lo tanto está definido el producto

$$(\{ a_1 a_2 \dots \} \{ b_1 b_2 \dots \})$$

para todo par de elementos de l_2 .

Se demuestra que l_2 es un espacio de HILBERT.

2. — Sea un entero $n = 2, 3, \dots$ y supongamos que tenemos n espacios de HILBERT H_1, \dots, H_n . Consideremos las n -plas de elementos

$$\{ f_1, \dots, f_n \} \quad \text{con} \quad f_i \in H_i \quad \text{para} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Definimos

$$\begin{aligned} \{ f_1, \dots, f_n \} + \{ g_1, \dots, g_n \} &= \{ f_1 + g_1, \dots, f_n + g_n \} \\ a \{ f_1, \dots, f_n \} &= \{ a f_1, \dots, a f_n \} \\ 0 &= \{ 0_1, \dots, 0_n \} \\ (\{ f_1, \dots, f_n \}, \{ g_1, \dots, g_n \}) &= (f_1, g_1) + \dots + (f_n, g_n) \end{aligned}$$

Llamaremos $H_1 \oplus H_2 \oplus \dots \oplus H_n$ a este conjunto de n -plas. Se demuestra fácilmente que $H_1 \oplus H_2 \oplus \dots \oplus H_n$ es un espacio de HILBERT.

2. — Sea H_1, H_2, \dots una sucesión de espacios de HILBERT. Consideremos las sucesiones $\{ f_1, f_2, \dots \}$ tales que $f_{\alpha} \in H_{\alpha}$ y $\sum_{\alpha=1}^{\infty} |f_{\alpha}|^2 < \infty$.

Definiendo:

$$\begin{aligned} \{ f_1, f_2, \dots \} + \{ g_1, g_2, \dots \} &= \{ f_1 + g_1, f_2 + g_2, \dots \} \\ a \{ f_1, f_2, \dots \} &= \{ a f_1, a f_2, \dots \} \\ 0 &= \{ 0_1, 0_2, \dots \} \\ (\{ f_1, f_2, \dots \}, \{ g_1, g_2, \dots \}) &= (f_1, g_1) + (f_2, g_2) + \dots \end{aligned}$$

tendremos una nueva realización del espacio de HILBERT.

4. — Sea E un conjunto medible de medida finita no nula en un espacio n dimensional. Sea L_2 el conjunto de funciones a cuadrado integrable en el sentido de LEBESGUE, es decir que

$$\int_E |f(P)|^2 dP < \infty$$

Dos funciones se considerarán idénticas si sólo difieren en un conjunto de medida nula. Definimos $+$ y en la forma usual para las funciones, θ es la función cero (salvo posiblemente un conjunto de medida nula). Finalmente

$$(f, g) = \int_E f(P) \bar{g}(P) dP$$

Esta realización cumple los postulados fundamentales del espacio de HILBERT.

BIBLIOGRAFÍA

- BARTLETT, M. S. (1946). — *J. Roy. Stat. Soc. (suppl.)*, **8**, 27.
 BASS, J. (1946). — « Les méthodes modernes du Calcul des Probabilités et leur application au probleme de la turbulence ». *Rapport technique* N° 28. G. R. A. París.
 BATCHELOR, G. K. (1947). — *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, **43**, 553.
 — and TOWNSEND, A. A. (1948). — *Proc. Roy. Soc. A.*, **194**, 527.
 CRAMER, H. (1946). — « Mathematical methods of statistics ». Princeton.
 DEDEBANT, G. (1947). — « Sur le Calcul Aléatoire (Conférences) ». *Annales de la Facultad de Ciencias de Porto*. Porto.
 — « La circulación del aire en la República Argentina (Historia de una investigación científica) ». METEOROS. Año III, Nos. 2-3.
 — « Sobre la previsión estadística del Tiempo ». METEOROS. Año I, N° 4.
 — , et WEHRLÉ, PH. (1944). — « Calcul Aléatoire et Mécanique aléatoire ». *Portugaliae Physica*, **1**, 77; (1945), **1**, 167.
 — ; DI MAIO, R., y MACHADO, E. A. M. — « Los números aleatorios y su aplicación a la meteorología ». METEOROS. Año III, N° 1.
 — — — « Las funciones aleatorias y su aplicación a la meteorología ». METEOROS. Año III, Nos. 2-3.
 — — — « La previsibilidad de las funciones aleatorias. Su importancia en meteorología ». METEOROS. Año III, N° 4.
 DOOB, J. L. (1947). — *Bull. Amer. Math. Soc.*, **53**, 15.
 FRÉCHET, M. (1937). — « Théorie de l'addition des variables aléatoires ». París.
 KAMPÉ DE FERIET, J. (1939). — « Les fonctions aléatoires stationnaires et la théorie statistique de la turbulence homogene ». *Annales de la Soc. Scient. de Bruxelles*, LIX, serie I, 1939.
 KÁRMÁN, T., and HOWARTH, L. (1938). — *Proc. Roy. Soc. A.*, **164**, 192.
 KHINTCHINE, A. (1933-4). — « *Math. Annalen.*, **109**, 604.
 KOLMOGOROFF, A. (1933). — « Grundbegriffe der Waescheinlich Keitsrechnung ». Berlín.
 MOYAL, J. E. (1949). — « Stochastic processes and statistical physics » (*loc. cit.*).
 SLUTSKY, E. (1938). — « Actualités Scientifiques et Industrielles ». París, **738**, 33.

ARTÍCULOS BREVES

551.513.2(266) : 551.509(82)

Valoración de posibles observaciones meteorológicas en el Océano Pacífico, al oeste de Chile, para la previsión del tiempo en la Argentina

Por WERNER SCHWERDTFEGER *

La mayoría de los meteorólogos que se han ocupado del problema de la circulación atmosférica sobre el hemisferio austral y del problema afín de la previsión del tiempo en el mismo ámbito — entre ellos el autor de estas líneas ⁽⁸⁾ — opinan que el paso más importante hacia un mejoramiento de los pronósticos a corto y medio plazo consistiría en una extensión hacia el oeste y el suroeste de la red de observaciones en superficie y altura. Son notorias las dificultades que se oponen a la realización de semejante proyecto, pero sólo en base a tales observaciones podrían conocerse, a la par que las demás características de las situaciones sinópticas generales, los sistemas béricos y alobéricos sobre el Océano Pacífico austral, y calcularse las grandes corrientes en altura que influyen decisivamente en la propagación de aquéllos, razón por la cual se las llama "conducentes".

Ha de tenerse en cuenta, pues, que el análisis diario de las corrientes del aire en distintos niveles sobre los océanos del hemisferio norte, constituye el recurso más importante para el franco mejoramiento de todos los servicios de previsión del tiempo en Europa y Norteamérica a que se ha apelado durante el último decenio. La importancia práctica de los mapas sinópticos hemisféricos que así se trazan en base al trabajo de toda una red de buques meteorológicos en el Océano Atlántico, y en número menor, en el Pacífico, está vinculada a la gran frecuencia con que existen, en la troposfera media y superior, corrientes aéreas desde el sector oeste. Por lo tanto, el valor de tales observaciones debería ser mayor aún en las latitudes medias del hemisferio sur, ya que la frecuencia de tales corrientes es mayor en este hemisferio que en el norte.

Por estas razones, no deja de llamar la atención que un conocido meteorólogo, el Dr. G. DEDEBANT ⁽²⁾, haya expresado en esta misma revista (pág. 196): "*y se puede esperar que la falta de observaciones del Océano Pacífico Sud no constituye, finalmente, un obstáculo tan prohibitivo como lo ha sido para Europa, durante muchos años, la falta de observaciones del Océano Atlántico Norte*".

Dada la importancia del tema y ante la eventualidad de que una opinión tal, expuesta en una revista de carácter científico, pueda gravitar

* Doctor en Filosofía (Meteorología y Geofísica), Universidad de Leipzig. Asesor Técnico de la Dirección de Investigaciones del Servicio Meteorológico Nacional.

en futuras resoluciones o recomendaciones de interés internacional, creemos que no debemos sustraernos a emitir nuestra opinión puntualizando algunos argumentos de mucho peso que contradicen a aquella esperanza un tanto aleatoria.

Se tratará, en primera instancia, de una comparación entre las condiciones atmosféricas de los dos hemisferios, en base a datos que representan, en cierto modo, las corrientes conducentes de las latitudes medias y subpolares. Hemos elegido estaciones cuyos registros de viento en la altura, obtenidos por el método radar, pueden considerarse libres del efecto de selección de días con tiempo bueno. Tales son, Puerto Stanley (Malvinas) en $51^{\circ}40'S$ en el sector sudamericano y las estaciones Larkhill (Inglaterra Meridional) en $51^{\circ}10'N$, y Lerwick (Islas Shetland) en $60^{\circ}09'N$, que trabajan según el mismo método de medición. La primera de las estaciones en el norte se encuentra, entonces, casi a la misma latitud que la estación austral. Sin embargo, hemos añadido los datos de la segunda, unos 9° de latitud más hacia el polo, porque las condiciones meteorológicas y aerológicas del extremo sur de Sudamérica corresponden, en varios aspectos, más bien a aquellos que predominan en el hemisferio norte, en latitudes más altas (⁵).

Con respecto a la previsión de las variaciones del campo bórico y los demás factores meteorológicos, partimos de la hipótesis de que la importancia del conocimiento de la situación sinóptica sobre los mares adyacentes hacia el oeste debe ser tanto más grande cuanto mayor es la frecuencia de las corrientes conducentes desde el sector oeste.

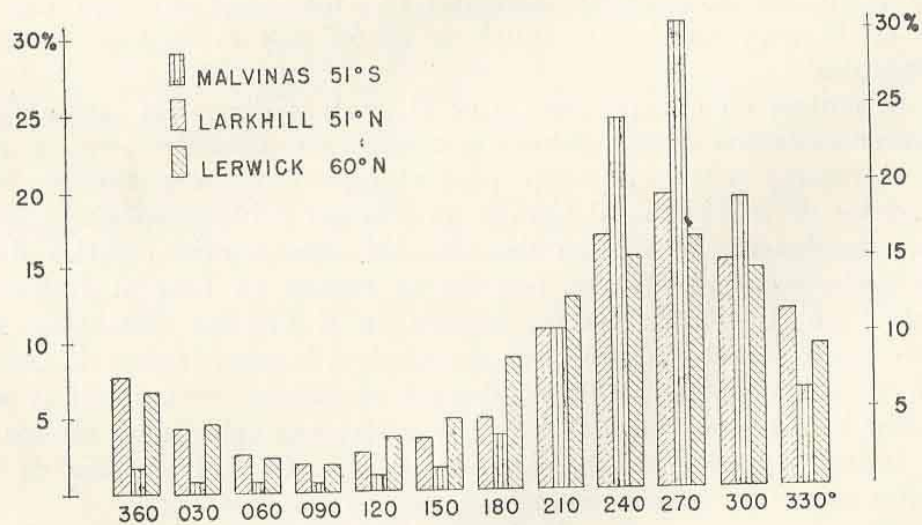


FIG. 1. — Comparación de la frecuencia relativa anual de la dirección del viento en el nivel de 500 mb sobre Malvinas ($51^{\circ} S$), Larkhill ($51^{\circ} N$) y Lerwick ($60^{\circ} N$).

El gráfico de la Fig. 1 y el cuadro I ilustran muy bien lo que queremos demostrar: ninguna de las dos estaciones europeas alcanza, en parte alguna del año y menos aún en el año entero, la frecuencia muy alta con que en la troposfera media austral los vientos soplan del oeste u oestesuroeste. El resultado de esta comparación no variaría esencialmente si nos refiriéramos a otro nivel, por ejemplo al de 300 mb (9 Km de altura, aprox.), en vez de 500 mb (5,4 Km de altura, aprox.).

CUADRO I. — Frecuencia relativa de vientos desde el sector oeste (230 a 310) y vector resultante (dirección y módulo) en el nivel de 500 mb, para

Malvinas (Ma), 52° S, IV 48-XI, 53, observaciones de 1021 días
 Larkhill (La), 51° N, III 50- II, 53, > > 1087 >
 Lerwick (Le), 60° N, III 50- II, 53, > > 1092 >

Estación		Primavera	Verano	Otoño	Invierno	Anual
Frecuencia relativa direcciones 230-310°	{ Ma	70	85	72	72	75 %
	{ La	38	63	51	51	51 >
	{ Le	46	49	38	51	46 >
Dirección del vector velocidad resultante	{ Ma	259	258	263	267	263°
	{ La	274	257	277	296	275°
	{ Le	275	242	252	278	262°
Módulo del vector velocidad resultante	{ Ma	26	37	33	26	30 nudos
	{ La	10	20	18	21	17 >
	{ Le	13	15	12	18	14 >

Es sabido que, de vez en cuando, las grandes variaciones de la presión atmosférica sobre el extremo sur del continente, que se propagan en estrecha relación con las corrientes aéreas en la troposfera alta, influyen decisivamente en el desarrollo del tiempo en la mayor parte del territorio argentino, del Uruguay y sur del Brasil. Para comprobar la importancia de datos sinópticos del Océano Pacífico, empero, es necesario referirse también a las condiciones en las zonas templadas y subtropicales situadas al norte del paralelo 40°. Existen allí considerables variaciones béricas que tienen su sede en las capas atmosféricas alrededor de la tropopausa, y cuyo desplazamiento está en íntima relación con las corrientes de esas alturas. Las variaciones se propagan con gran velocidad, desde el oeste hacia el este, y pasan fácilmente por encima de las regiones más altas de la Cordillera. Ejemplo ilustrativo de tal situación lo ofreció la figura 4, pág. 47, de un pequeño libro nuestro sobre el problema de la previsión del tiempo (8); y en otro trabajo (9) hemos calculado, para el mes de junio de los años 1949 y 1950, los coeficientes de correlación entre la variación de la presión en 24 horas en Juan Fernández (34°S, 79°W), y aquella en el punto de coordenadas 34°S, 65°W, cerca de Villa Mercedes (San Luis), unos 1300 km más al este. Como se contó con tres observaciones diarias de Juan Fernández, pudo determinarse el coeficiente r ($JF \times VM$) para distintas diferencias temporales entre la serie de Juan Fernández y la serie de Villa Mercedes, según lo da a ver el cuadro II.

CUADRO II. — Coeficiente de correlación entre la variación bérica (ΔP_{24}) en Juan Fernández y la de Villa Mercedes, para distintos valores del retraso de la segunda serie. Mes de junio de 1949 y 1950

Retraso	0	5	11	13	18	24 horas
	0.45	0.65	0.78	0.79	0.66	0.38

número de pares de datos: 60.

Se ve, entonces, que la relación más estrecha entre los sistemas alobáricos, a una distancia zonal de 1300 km, corresponde a un retraso de 13 horas, lo cual puede interpretarse como un efecto de la predominancia de una velocidad zonal de 100 km/hora, más o menos equivalente, en dirección y velocidad, a las corrientes de aire que hay que suponer en la parte superior de la troposfera e inferior de la estratosfera, como se ha expuesto, con más detalle, en (5). Se ha demostrado, además, que en los dos meses en cuestión, la dirección zonal realmente es la principal del desplazamiento de los sistemas alobáricos, resultando valores menores de r , cuando se admite una componente meridional, positiva o negativa.

Para salvar la justificada objeción de que un mes no representa un período natural en el que deba mantenerse una única situación general caracterizada por el régimen uniforme de las corrientes conducentes, hemos aislado para cinco inviernos consecutivos (VI a VIII, 1949 a 53) los períodos de relación más estrecha entre ΔP_{24} , de Juan Fernández (valores x) y ΔP_{24} de Villa Mercedes 13 horas más tarde (valores y), con la condición adicional de que tal período perdura por lo menos 14 días. De esta manera se demuestra que la situación descrita en (6) y (8) no es una situación excepcional, sino que, con cierta frecuencia, caracteriza el macrotiempo de las altitudes templadas sobre Sudamérica. El Cuadro III dará una clara impresión de lo dicho.

CUADRO III. — Correlación de la variación bárica en Juan Fernández y Villa Mercedes, con retraso de 13 horas

Período	n	$\Sigma x.y$	σ_x	σ_y
1949, 2-27 VI	26	726	5.4 mb	6.5 mb
1950, 15-28 VII	14	675	6.3	9.0
1951, 11-30 VI	20	994	7.1	8.5
1951, 16 VI-17 VIII	33	1406	5.7	8.5
1953, 17 VI-1 VII	15	661	6.5	8.3
1953, 7 VII-14 VIII	39	1563	6.2	7.8
Total	147	6025	6.0	7.9

$$r = 0.87$$

En dicho cuadro exponemos los datos que corresponden a las series parciales en forma detallada, para demostrar que realmente existe una pronunciada analogía entre los valores característicos de cada una de ellas.

Si quisiéramos apreciar la significancia estadística de esta correlación, deberíamos tener en cuenta los efectos de la selección (147 de un total de 460 días) y de la persistencia de las series en sí. Pero lo importante para nuestro problema no es aquella significancia, que siempre queda muy alta, sino lo que se basa en la siguiente conclusión: *hay períodos prolongados en que más de tres cuartas partes (0,87²) de la variación bárica en el centro de la Argentina, son determinadas por la correspondiente variación en Juan Fernández ocurrida sólo 13 horas antes.* Este resultado es al mismo tiempo muy interesante y muy poco alentador con respecto al problema de la previsión del tiempo en la Argentina.

Indica, sin lugar a dudas, que en ciertas situaciones generales, para la predicción de las variaciones b́aricas y con ello para la previsión del tiempo con un plazo superior a 13 horas, debería conocerse el campo b́arico y alob́arico al oeste de Juan Ferńandez o, ḿas general, al oeste del meridiano 80° oeste, y tanto ḿas al occidente cuanto mayor fuera el plazo de la previsión. Y debemos tener presente que una extrapolación sobre 13 horas no basta para las necesidades de los pronósticos habituales del tiempo, que se extienden a 24 y 36 horas.

Los datos del cuadro III se refieren a un ŕegimen de las corrientes conducentes, bien definido por direcci3n y *velocidad* del desplazamiento de los sistemas alob́aricos. Si dejáramos de lado la velocidad, y estipuláramos como condici3n menos rigurosa una diferencia temporal variable entre 10 y 20 horas, correspondiente a velocidades entre 130 y 65 km/hora, aumentaría mucho el ńumero de d́as en los que la relaci3n entre la variaci3n b́arica en Juan Ferńandez y la variaci3n posterior en un punto determinado en el centro de la Argentina resultaría muy estrecha, como puede comprobarse f́acilmente con un estudio de los barogramas de las dos estaciones mencionadas. Puede entonces deducirse que aun la parte ḿas alta de la cadena de los Andes tiene poca influencia sobre aquellas variaciones b́aricas que tienen su sede en la tropopausa o ḿas arriba, y que es grande la frecuencia de situaciones generales, por lo menos en el invierno, en las que esas variaciones b́aricas son las dominantes.

Claro est́a que con esto no queremos negar los importantes efectos que tiene la gran cadena de los Andes sobre la formaci3n y deformaci3n de sistemas alob́aricos de otra índole, sobre toda la formaci3n de una depresi3n b́arica en sotavento de la montaña, cuando se intensifica la corriente zonal en las capas inferiores y medias de la troposfera. Este efecto fué expuesto por el autor en (7), y analizado con mayor detalle por DÍAZ en (8).

La situaci3n general de julio de 1942, en la que se basa, casi exclusivamente, el estudio de DEDEBANT (2), mostraría, seǵun dicho autor, "que la macropartícula (responsable de las variaciones b́aricas) inicialmente debe tener un espesor comprendido entre 2000 y 4000 m", y que la Cordillera, al norte del paralelo 36, resulta "infranqueable" (pág. 216). Por el análisis aqú expuesto llegamos, entonces, a pensar que la situaci3n de julio de 1942 debe considerarse como situaci3n invernal poco coḿun, y que la investigaci3n (2) habŕa sugerido conclusiones muy distintas si su autor la hubiera extendido a otros meses o ańos, y si hubiese comparado sus resultados con aquellos de las numerosas y valiosas publicaciones acerca del concepto de las corrientes conducentes seǵun v. FICKER, SCHERHAG, ROSSBY y otros (amplia bibliograf́a en (1) y (4)).

Retornando a nuestra intenci3n de subrayar la importancia de datos sin3pticos del Océano Pacífico y confrontar las condiciones de las zonas templadas de los dos hemisferios, constatamos que una propagaci3n zonal de los sistemas alob́aricos a raz3n de 100 km/hora, ḿas o menos, a lo largo del paralelo 34, ocurrido en la tercera parte del total de d́as del invierno austral, significa un movimiento ḿas ŕapido del que pudie-

ra encontrarse, en igual número de días, en latitudes correspondientes del hemisferio norte.

Surgen, como se ha visto, argumentos muy poderosos que nos llevan a insistir en la afirmación que ha motivado estas líneas, a saber: *Que para un mejoramiento de la previsión del tiempo en la parte extratropical de Sudamérica, las observaciones sinópticas del Océano Pacífico Austral asumen decisiva importancia, comparativamente más importancia que la que las observaciones correspondientes del Océano Atlántico Septentrional tienen para Europa.*

RECONOCIMIENTO

La revisión del presente texto por el Ing. César Vasino, 2º Jefe del Departamento de Estudios y Asesoramiento Científico, y algunas acotaciones muy acertadas de su parte, obligan al agradecimiento del autor.

BIBLIOGRAFÍA

1. AMERICAN METEOROLOGICAL SOCIETY. — « Compendium of Meteorology ». Boston, 1951.
2. DEDEBANT, G. — « La circulación del aire en la República Argentina ». METEOROS, Año III, Nos. 2-3, jul.-sept. 1953.
3. DÍAZ, E. L. — « El efecto dinámico de la Cordillera de los Andes y el aislamiento de la acción perturbadora regional y superior ». METEOROS, Año III, N° 1, enero-marzo 1953.
4. SCHERHAG, R. — « Neue Methoden der Wetteranalyse und Wetterprognose ». Springer Berlín-Heidelberg, 1948.
5. SCHWERDTFEGER, W. — « Pequeño aporte para el conocimiento de las condiciones aerológicas en el sur de la Patagonia ». *Anales de la Sociedad Científica Argentina*. Tomo CLI, febrero 1951.
6. SCHWERDTFEGER, W. — « Hohe und komplexe Druckänderungen im Bereich der Anden ». *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bio-Klimatologie*, Serie A, Tomo IV, 1951, pág. 197-202.
7. SCHWERDTFEGER, W. — « La depresión térmica en el noroeste argentino ». *Anales de la Sociedad Científica Argentina*. Tomo CLI, junio 1951.
8. SCHWERDTFEGER, W. — « El problema de la previsión del tiempo ». (Colección de tratados técnicos de la Librería del Colegio). Buenos Aires, 1952.

NOTAS Y COMENTARIOS

Hacia un concepto integral de la geofísica. — La idea de que las ciencias dedicadas a la física de las diferentes esferas del planeta forman un solo conjunto ya no necesita ser pregonada; las universidades, instituciones científicas y círculos profesionales de todo el mundo admiten hoy la afinidad que existe entre las diferentes ramas de la geofísica y la conveniencia de cultivarlas en conjunto. No es éste, pues, el problema que ha de preocuparnos, sino, al contrario, el de hallar una división racional y prudente entre estas ramas, conforme a las necesidades y posibilidades aplicativas de cada una y también al elevado grado de especialización que el progreso del saber trae aparejado a medida que se agranda el panorama en profundidad y extensión.

Una de las consecuencias de tal tendencia a la especialización extrema es la dificultad, cada día mayor, que experimenta el investigador individual al querer abarcar, siquiera en forma superficial, la totalidad de los hechos observados y de los métodos usados para dilucidarlos. Es sin duda debido a consideraciones de esta naturaleza que H. E. Landsberg, con el asesoramiento de otros cuatro destacados geofísicos, resolvió iniciar la nueva serie de publicaciones intitulada « Adelantos en Geofísica », cuyo primer tomo tenemos a la vista¹. A juzgar por la declaración de principios formulada en el prólogo y por el contenido de esta primera entrega, el director de la serie se propone tratar en ella, en sucesión ocasional, temas parciales que no se hallan debidamente contemplados en los textos corrientes, ya sea porque pertenecen a aquellas regiones intermedias entre varias ramas científicas que tan fácilmente escapan a la atención o competencia de los autores especializados, o bien porque los progresos de los últimos tiempos hicieron aparecer hechos y métodos muy nuevos y de gran interés que hasta ahora fueron tratados sólo en forma parcial e incoherente. El resultado de este propósito directivo es una colección heterogénea de artículos, en todos los sentidos; primeramente, porque algunos de los trabajos se refieren a métodos de elaboración, otros a resulta-

dos o interpretaciones; en segundo lugar porque son muy diversas las ramas de la geofísica tratadas en estos trabajos, abarcando temas referentes a la atmósfera inferior y superior, al océano, a la gravimetría y al geomagnetismo, aparte de dos trabajos no específicos. No compartimos, sin embargo, el pesimismo manifestado por Sir Edward Bullard en un comentario² relativo a la misma obra, quien se pregunta si una exposición tan heterogénea encontrará un número suficiente de lectores. Creemos, al contrario, que esta heterogeneidad intencionada es uno de los principales méritos de este libro, haciendo de él un vehículo eficiente en el movimiento que señala el epígrafe de este comentario.

El primer trabajo, de John C. Bellamy, trata de la elaboración automática de datos geofísicos. El trabajo es descriptivo y no toca problemas de fondo. Sin embargo, es ilustrativo en varios aspectos. En primer lugar anotamos que su autor admite el nombre genérico de geofísica para definir el alcance aplicativo de su trabajo aun cuando en realidad lo desarrolla con referencia casi exclusiva a problemas meteorológicos en general, aerológicos y climatológicos. Es verdad que en esta rama de la « geofísica », por razones obvias, la densidad temporal y espacial de las observaciones es mayor que en ninguna otra, y también es cierto que las actuales tendencias evolutivas en meteorología justifican y reclaman muy especialmente el uso de procedimientos automáticos en la elaboración previa de los datos y en su cálculo posterior, ya sea para fines de investigación, de estadística o para las tentativas de pronósticos calculados. No obstante, el investigador interesado en otras ramas de la geofísica, por ejemplo en sismología o geomagnetismo, habría visto con agrado que se tratara también algo de los problemas específicos que se presentan en la elaboración de estas otras observaciones. La acumulación de valores geomagnéticos, por ejemplo, que solamente los cuatro observatorios magnéticos argentinos han pro-

¹ « Advances in Geophysics », editado por H. E. Landsberg; vol. 1. N. York, 1952.

² E. BULLARD. — « A Geophysical Mixture ». *Nature*, vol. 172, Nº 4373 (1953), pág. 321-22.

ducido en las pocas décadas de su existencia, constituyó un acervo de varios millones de datos numéricos, cantidad que ya escapa por completo a las posibilidades de un tratamiento exhaustivo con medios manuales y cerebrales exclusivamente. En el seno de la Asociación Internacional de Magnetismo y Electricidad Terrestres existen algunos comités técnicos que se proponen organizar en escala internacional una campaña de explotación de estos tesoros desaprovechados; por ejemplo, en forma de nuevas determinaciones universales de las mareas geomagnéticas con la ayuda de máquinas de fichas perforadas. Este caso demuestra que existen en las ciencias geofísicas otras aplicaciones de la elaboración automática, aparte de las puramente meteorológicas; ellas también se prestarían muy en particular para mecanizar y automatizar las operaciones intermedias entre la recepción del dato observado y su elaboración ulterior, etapa ésta que trata muy particularmente el trabajo de Bellamy.

También el segundo capítulo, intitulado « Algunas nuevas técnicas estadísticas en geofísica », por Arnold Court, menciona con preferencia problemas y aplicaciones de orden meteorológico. Entre los aspectos particulares que trata con especial extensión, está el de una definición adecuada de los valores extremos. En climatología e hidrología se han realizado muchos esfuerzos para suavizar los efectos del muestreo que se hacen sentir en forma tan acentuada cuando caracterizamos, verbigracia, el rigor de un régimen mediante la indicación de un solo valor individual como lo es un extremo absoluto.

Luego siguen tres contribuciones dedicadas específicamente a la atmósfera. La primera de ellas, que tiene por autor a Bert Bolin, da un resumen sumamente instructivo del estado actual en que se encuentran las tentativas de explicar la circulación general atmosférica. Estas tentativas, inspiradas principalmente en ideas de Rossby y su escuela, procuran dar explicación al hecho, puesto de relieve gracias al considerable aumento de datos aerológicos en las últimas dos décadas, de que la máquina atmosférica, vista en escala planetaria, no puede ya ser concebida como un simple transformador de energía termodinámica en energía cinética. Existen por lo menos algunas ramas de la circulación planetaria que reciben su energía preferentemente en forma dinámica.

Los dos artículos siguientes, de Fred L. Whipple y N. C. Gerson, se refieren a la alta atmósfera y ocupan juntos el mayor número de páginas de la obra que estamos comentando. La alta atmósfera representa tal vez el campo de investigación más atrayente en el conjunto de las

ciencias geofísicas, no sólo por ser la región de transición entre la esfera meteorológica y las influencias cósmicas, sino también por exigir de la ingeniosidad del investigador un máximo de observaciones y conclusiones indirectas. Esto sigue siendo cierto aún hoy en día después de haber sido alcanzada esta zona por proyectiles portadores de aparatos para observación directa. Pasarán todavía muchos años antes que la densidad de los datos obtenibles en esta forma pueda compararse con el caudal admirable de hechos observados e interpretaciones como lo proporciona, por ejemplo, el análisis de los meteoritos, en sus aspectos de luminosidad, estela, efectos de ionización, etc. El trabajo de Whipple demuestra, por otra parte, que estas ingeniosas técnicas permitieron anticipar el máximo relativo de la temperatura alrededor de los 60 km varios años antes de ser alcanzada esta región con cohetes. En forma más general y exhaustiva trata luego el segundo de los mencionados autores algunos « Problemas no resueltos de la física de la alta atmósfera ». No obstante la formulación modesta de su tema el autor da en realidad un excelente resumen de los problemas físicos en general que se presentan en relación con el estudio de las capas atmosféricas superiores. El renovado interés que encontraron estas capas en los últimos años se funda en las exigencias y también nuevas contribuciones de las más diversas ramas técnicas y científicas, como ser la ingeniería de radio, astronomía y radio-astronomía, estudios balísticos y proyectos interplanetarios, sin hablar del interés clásico que siempre tienen en estas esferas los investigadores del geomagnetismo y también las esperanzas de algunos meteorólogos de encontrar algún día en los procesos de la quimósfera un eslabón entre los fenómenos troposféricos y las influencias cósmicas, especialmente solares.

El sexto artículo tiene por autor al renombrado oceanógrafo D. W. Pritchard y trata de los problemas propios de la oceanografía en los estuarios, tales como los que se derivan de su configuración, balance de salinidad bajo las condiciones particulares de evaporación y aflujo de aguas dulces, impacto de mareas, etc. Es obvia la importancia que reviste un trabajo de esta naturaleza para la oceanografía argentina. Sería interesante intentar una aplicación de dichos estudios al río de la Plata, ampliándolos a la vez en el sentido de incluir cuantitativamente los factores meteorológicos e hidrológicos de los ríos tributarios.

En una breve nota, insertada a continuación, G. P. Woollard ofrece una reseña de los hechos fundamentales del campo gravitacional terrestre y de su importancia

en los estudios geodésicos y geológicos. El artículo termina con una compilación muy oportuna de datos gravimétricos en los principales puntos fundamentales de los grandes países.

Aparte de la gravimetría y otros procedimientos geofísicos se observó en los últimos años un considerable aumento de interés en las medidas geomagnéticas para fines de exploración geológica. Esto se debe principalmente al desarrollo de los métodos de observación magnetométrica desde el aire. La última de las contribuciones contenidas en el volumen que comentamos está dedicada a una descripción de los aparatos y métodos utilizados en los « Relevamientos aeromagnéticos ». Con esta denominación, poco feliz a nuestro juicio, J. R. Balsley se refiere en primer lugar a los aparatos aerotransportados que miden la intensidad total del campo geomagnético con la ayuda de un inductor saturable. La publicación es muy oportuna porque resume por primera vez una descripción de los aparatos y principios operativos, dando al mismo tiempo algunos ejemplos ilustrativos con interpretación geológica. No se describe en este trabajo el aparato que con procedimientos análogos permite también hallar las componentes del campo geomagnético. Dada su orientación preferentemente aplicativa el trabajo no se

refiere tampoco a las tentativas que se realizan en la geofísica universal para poner estos nuevos procedimientos al servicio de los relevamientos geomagnéticos mundiales. Ya en 1941, Chapman³ señaló la conveniencia de estudiar la manera como podrían utilizarse los aviones para este fin. En efecto, se lograría con ello no solamente una mayor uniformidad en la red geomagnética mundial, ante todo sobre los océanos, sino también una mayor concentración temporal, con la consiguiente disminución de los errores propios de la reducción a época. Es de esperar que en un futuro no muy lejano pueda también la ciencia teórica del geomagnetismo beneficiarse de estos métodos, los que hoy son tema de un comité especial de la Asociación Internacional de Magnetismo y Electricidad Terrestres.

Si los trabajos mencionados escapan a la sola competencia de un comentarista individual, ello no es más que la expresión elocuente de aquella idea directiva que hemos considerado el principal mérito de este primer volumen. Sería de esperar que los tomos venideros obedecieran a un criterio análogo. — OTTO SCHNEIDER.

³ « The Future of World Magnetic Surveys », en *Proc. Phys. Soc.*, Londres, 53 (1941), p. 650-657.

TEXTOS

EVOLUCIÓN DE LA METEOROLOGÍA AGRÍCOLA

Versión castellana del discurso pronunciado en francés por el Presidente de la Comisión Técnica de Meteorología Agrícola de la OMM, Ing. Agr. Juan J. Burgos, en la apertura de su Primera Reunión, celebrada en París en noviembre de 1953.

Es para mí tan grande como inmerecido honor presidir esta primera reunión de la Comisión Técnica de Meteorología Agrícola de la Organización Meteorológica Mundial, aunque no escapa a mi entendimiento, ni seguramente al de los señores miembros presentes, la seria responsabilidad que hemos de compartir al concretar sus resoluciones. Sin embargo, doblemente auspicioso resulta el hecho de que esta reunión se realice, por gentil ofrecimiento de su Gobierno, en París, la capital de Francia. En primer lugar, porque hace justamente cuarenta años sesionó por primera vez en esta misma ciudad la Comisión de Meteorología Agrícola de la extinguida Organización Meteorológica Internacional, bajo la presidencia del bien recordado Alfredo Angot, oportunidad en que se formuló una expresión de fundamentos y objetivos que aun hoy mantienen su actualidad. En segundo término, porque en la profunda perspectiva histórica de la cultura francesa, reconocida y admirada por todo el mundo, se puede establecer una sólida y neta línea, sin interrupciones, que enclavada en los primeros e ingenuos balbuceos de la ciencia alcanza hasta nuestros días en la vanguardia de las tres ramas de la ciencia y técnica que a nosotros atañe: la Meteorología, la Agronomía y la Meteorología Agrícola.

Recordar aquí los nombres y trabajos de Reaumur, De Candolle, Gasperin, Bous-singault, Angot, Delcambre, Chaptal, Constantin, De Martonne, Boeuf, Sanson, Emberger, Geslin y Godard, con todo lo que representan puede, sin embargo, parecer injusto porque al silenciar otros de singular mérito nos quedaríamos en sólo una apreciación parcial de la generosidad de Francia.

Quisiera, asimismo, no proseguir sin evocar en este día, para tenerlos presentes en los sucesivos, a los que nos precedieron en nuestro esfuerzo. Me refiero a los anti-

guos presidentes de la Comisión Técnica de Meteorología Agrícola de la extinta OMI, Angot, Walen, Schmidt, Braak, Sinelschicof y Feige, así como a los distinguidos colegas que durante cuarenta años desfilaron por ella y le entregaron el fruto de sus inquietudes y de su experiencia. Sobre tan sólida base hemos de edificar el futuro.

Para la gran mayoría de los señores miembros de esta Comisión resultará obvio tratar de definir aquí los objetivos de la Meteorología Agrícola, pero por la circunstancia de que en el curso de nuestras deliberaciones habremos de discutir muchos puntos que atañen a su delimitación y competencia, sólo una consideración detenida y meditada de su razón de ser, nos conducirá a conclusiones justas y provechosas.

El proceso atmosférico y la naturaleza terrestre

Antes que el hombre existiese sobre la tierra, y por lo tanto mucho antes que se definiera y limitara la meteorología, la climatología y la ecología, los fenómenos atmosféricos a base de procesos milenarios constituyeron la fuerza creadora aparente de gran parte de la naturaleza terrestre. Elementos originales o transformados de esta fuerza fueron los encargados de triturar las rocas, de transpostar sus partículas, y de depositarlas en lugares determinados. Una vez allí, esos mismos y otros elementos en contacto e intercambio íntimo con la capa más superficial de la corteza terrestre, determinaron su evolución futura, y de este proceso resultaron los suelos. En ciertas regiones, por una acción profunda de la temperie se formaron los suelos zonales; en otras, por la carencia, o por impedimentos interpuestos en el desarrollo de esta acción, los azonales. Aquí, donde la precipitación superó en forma persistente a la evaporación, se produjeron

los pedalféres, y allí donde el fenómeno fué inverso, los pedocales; y en una forma similar podrían hallar explicación casi todos los tipos de suelo.

El proceso atmosférico fué asimismo el factor activante de la vida, y ésta, como en el caso de la roca, el medio pasivo a través del cual debía manifestar su acción. Sin embargo, la zona de contacto de ambos medios en este caso tuvo otra magnitud, ya que el ser vivo resultó trascendido en toda su masa y alcanzado hasta en lo más íntimo de su fisiología.

La transformación primaria de la energía solar y el proceso atmosférico originaron la vida vegetal, y el juego de esos elementos, habitual y diferente en cada región geográfica, determinó aquí el bosque, allá la selva, y más allá la pradera, el parque, la estepa o el desierto, con sus faunas típicas y dependientes. Y en los grandes cambios del proceso atmosférico, que rompieron el equilibrio alcanzado por la vida, las formas vivientes, individuales o consociadas, hallaron en la evolución el único medio para restablecerlo.

El hombre y la naturaleza terrestre

Con la aparición del hombre racional sobre la tierra podemos afirmar el comienzo de una segunda fuerza creadora aparente de la naturaleza terrestre. Tal vez nunca tengamos el privilegio de fijar con precisión la fecha de la aparición, ni el primer acto de esta fuerza, pero es muy probable que este último haya sido aquel de remover el suelo, para modificar favorablemente su balance hídrico natural deficiente, y confiar en él la semilla de alguna planta útil. Este acto, que implica un conocimiento empírico de la influencia del proceso atmosférico en el suelo y en las plantas, podemos afirmar que fué simultáneamente uno de los primeros de la Meteorología Agrícola, de la Agricultura y de la Civilización Humana, antes de que éstas fueran definidas y reconocidas por su autor.

En la expansión del hombre sobre la tierra, esté fué conquistando nuevas regiones al equilibrio temperie-suelo-vida alcanzada sin su intervención en procesos milenarios. A ellas llevó y en ellas trató de imponer sus plantas y animales útiles, y las dificultades de adaptarlos fueron sistemáticamente superadas por su inteligencia.

Así conoció el valor del riego; la importancia de la cantidad, calidad y oportunidad de las labores del suelo, y la de la época de efectuar las siembras y las cosechas; el valor de las exposiciones y pendientes; la utilidad de la selección de ciertas variedades más resistentes que otras a las adversidades del tiempo; la conveniencia de

ciertas prácticas como la introducción de semillas y plantas de otras regiones, para aumentar el vigor y el rendimiento de algunos cultivos decadentes, y la preocupación de descubrir por anticipado el desarrollo del tiempo, por medio de la observación de su estado presente, para conocer la evolución posterior de sus cultivos. Y todos estos conocimientos empíricos, que fueron los relativos a la influencia del proceso atmosférico sobre el suelo y sobre las plantas y animales útiles, y que por sí solos constituyen una buena parte de la Agricultura, por su naturaleza nos insinúan desde entonces el dominio de la Meteorología Agrícola.

Recién en los últimos siglos nació la ciencia sistemática, y por ella el hombre adquirió verdadera conciencia de su fuerza creadora y modificadora de la naturaleza. El hombre la estudió y la observó en toda su evolución, en todas sus magnitudes y registró ordenadamente sus resultados y conclusiones. Y así, conquista tras conquista, superó en pocos años el trabajo empírico de miles.

Con el hombre de ciencia sistemático nació también el definidor sistemático, que pretendió fijar los límites, las definiciones y los esquemas teóricos de los progresos concretos obtenidos. Pero habremos de convenir aquí en que invariablemente el hombre ha tenido más éxito como realizador que como definidor. Y así vemos cómo, mientras las definiciones y esquemas teóricos sufrieron los cambios que las necesidades les impusieron, y muchas veces hasta constituyeron una valla para el desarrollo de la ciencia, las realizaciones concretas permanecieron inmutables o sirvieron de base para nuevos progresos. Estos últimos, como elementos nuevos en el equilibrio de la naturaleza, atestiguan la potencia creadora del intelecto humano.

Evolución de la Meteorología

La Meteorología no constituye, precisamente, una excepción a esta evolución de la ciencia en general. Nació como una aplicación de la Física a la fenomenología de la atmósfera, y fué creando un cuerpo de doctrina definido hasta que se independizó de ella sin cortar su conexión básica. Primeramente fué su objetivo el conocimiento especulativo de los fenómenos atmosféricos. Después del descubrimiento del telégrafo y, como consecuencia de las observaciones en red, al tenerse certidumbre del reflejo del fenómeno geográfico en el fenómeno atmosférico, surgió la doble esperanza de poder conocer por anticipado la evolución del tiempo, y de dar una explicación más precisa y racional a las grandes regiones geográficas definidas como « klima » miles de

años atrás por los griegos, sobre una base puramente astronómica. Así se insinuaron la Meteorología Sinóptica y la Climatología, que se mantuvieron separadas en sus métodos y objetivos, pero unidas en la ciencia madre, la Meteorología. Sin embargo, por Meteorología se entendió principalmente el estudio del proceso atmosférico en un sentido general y, en cierto modo, independiente del lugar geográfico en que ese proceso ocurre, y por Climatología, en cambio, el estudio estadístico de los valores frecuentes y accidentales de este proceso en cada lugar de la tierra. Pero invariablemente, tanto la Meteorología Sinóptica como la Climatología eludieron la superficie terrestre y las consecuencias del proceso general en los diferentes suelos. No podría ser de otra manera puesto que ellas estaban dirigidas al proceso general de la atmósfera y no a las particularidades anárquicas y complicadas que engendra la superficie del suelo. Así, las observaciones del aire se hicieron en abrigos convenientes aislados del sol y del suelo, ubicados a 2 metros de altura, y la velocidad y dirección del viento, tanto como fué posible, fuera de la influencia de la rugosidad del suelo.

Cuando la Meteorología amplió su dominio en el espacio atmosférico y descubrió la interrelación de sus elementos y las leyes físicas que los gobiernan en la atmósfera libre, ambas disciplinas madres se alejaron aún más de la superficie terrestre para concretarse en lo que se ha definido como Meteorología y Climatología Dinámicas. En este caso, la Climatología Dinámica fué considerada como el estudio del proceso dinámico en la atmósfera frecuente o accidental en cada gran región geográfica de la tierra, es decir, que la Climatología, en su sentido general, fué siempre el punto de vista geográfico de la Meteorología, y su expresión concreta, el análisis estadístico de los elementos simples o complejos del proceso general de la atmósfera.

Meteorología aplicada

Simultáneamente con estos estudios especulativos se desarrollaron también sus aplicaciones prácticas. Así, algunos países crearon sus servicios meteorológicos y sus primeras redes de estaciones meteorológicas para mejorar u orientar su agricultura; otros, para proteger los grandes intereses de su navegación marítima. De esta manera nacieron la Meteorología Agrícola y la Meteorología Marítima. Posteriormente, el desarrollo de la aviación exigió de la Meteorología el estudio y la observación sistemática de la alta atmósfera, con lo que se originó la Meteorología Aeronáutica.

Cada una tuvo su espacio de estudio:

la Meteorología Agrícola, el espacio en que viven las plantas y los animales: suelo y atmósfera adyacente al suelo; la Meteorología Marítima, la costa y el mar; la Aeronáutica, la atmósfera libre. Cada una tuvo sus requerimientos particulares de instrumental, observaciones y red de estaciones especializadas; cada una trató de profundizar el conocimiento de la meteorología y de la climatología en el espacio de su interés; y lejos de que esta diferenciación significara una oposición a las disciplinas madres, de los progresos de las aplicaciones surgieron muchas veces nuevas posibilidades para el desarrollo de aquéllas.

Necesidades de la Meteorología Agrícola

La Meteorología Agrícola ocupa así uno de los primeros lugares entre las aplicaciones de la Meteorología.

Con el tiempo adquirió su fisonomía propia y resultó diferente por sus métodos y objetivos, no sólo de las demás aplicaciones de la Meteorología, sino de las ciencias madres: la Meteorología y la Climatología. Esto fué reconocido mundialmente, cuando, en 1913, se creó la Comisión de Meteorología Agrícola en el seno de la Organización Meteorológica Internacional, y por muchos países, que, para asegurar un adecuado desarrollo de la misma, formaron en sus servicios meteorológicos organismos de Meteorología Agrícola, diferentes de los que tratan el aspecto de la Meteorología y Climatología generales y de las otras aplicaciones.

Es que los métodos de la Meteorología y de la Climatología generales resultaban en cierto modo opuestos e inaptos para resolver los problemas tan particulares y variados de la agricultura y de las actividades afines del hombre. Era necesaria una Meteorología de la particularidad que, en lugar de alejarse, se acercara a la superficie del suelo y penetrara en él y en los cultivos; que, en lugar de aislar una pequeña masa de aire a 2 metros de altura para estudiar sus elementos físicos, considerara esos elementos tal como los recibe, transforma y siente cada especie de ser viviente. Era necesaria una climatología de la particularidad que, en lugar de caracterizar siempre los lugares representativos, se ocupara precisamente de los no representativos en el sentido climatológico; que, en lugar de hacer síntesis con pocos elementos climáticos para determinar grandes regiones climatogeográficas, elaborara los índices o elementos bioclimáticos que permitieran establecer las regiones bioclimáticas de cada especie en particular.

Es decir, una Meteorología y Climatología en la cual el objeto de estudio no fuera el aire en sí mismo, sino la vida y el suelo

en cuanto dependen del proceso atmosférico.

Y es aquí donde hallamos, por otra parte, la principal diferencia entre ésta y las demás aplicaciones de la Meteorología. El suelo usa y transforma los elementos del proceso atmosférico para producir sus reacciones químicas y biológicas, para evolucionar y formarse; las plantas lo usan y transforman para su íntimo metabolismo y para formar las reservas para sí y para los animales. En este caso no es posible separar el elemento físico del proceso fisiológico que desencadena; ya que, por ejemplo, podríamos referir que la misma temperatura que destruye el fruto en unas especies de plantas, construye en otras el proceso hormonal que determinará su floración y fructificación en los meses siguientes. Es decir, que las plantas no sólo viven en la atmósfera sino que viven de la atmósfera, lo cual es más importante y complicado.

Sobre el objeto que consideran las otras aplicaciones de la meteorología, el elemento atmosférico actúa en forma externa y mecánica y no está ligado a su proceso interno.

Es por ello que la Meteorología Agrícola necesita un tratamiento especial para que produzca de sí todo lo que es de esperar. Es decir, un tratamiento que considere, además del estudio del proceso atmosférico, el del medio al cual se quiere aplicar ese conocimiento.

No pretenderé dar una definición de la Meteorología Agrícola, ni siquiera examinar si su designación es la más correcta porque, de acuerdo con mis primeras palabras, no quisiera con ello comprometer su progreso,

y prefiero las realizaciones a las definiciones. Pero si tuviera que indicar su dominio podría afirmar que comienza en la intimidad del proceso atmosférico que afecta tanto la vida de las plantas y de los animales que de ellas dependen, como la formación y evolución de los suelos que los sustentan, para terminar en la intimidad del proceso fisiológico o físico-químico que ese proceso atmosférico acciona. Solamente cuando el problema ha sido considerado así, en toda su integridad, los resultados han sido altamente fructíferos, y en esta forma ha nacido el sentido moderno de la Meteorología Agrícola.

Señores: hace 40 años, en esta misma ciudad, bajo la presidencia de un francés que ha sido un maestro de la Meteorología, don Angel Angot, con muy escasos antecedentes, se pudo trazar un programa para la Meteorología Agrícola que aún mantiene su vigencia. Hoy, luego del tiempo transcurrido, con la magnífica labor que ante nosotros han desarrollado muchos Servicios Meteorológicos, Institutos, Universidades y otros organismos, y con los trabajos de la Comisión que nos precedió en la OMI y de muchos congresos nacionales de la materia, hemos sido convocados para preparar el programa del futuro.

Si con nuestra acción consiguiéramos perfeccionar en algo la agricultura y la conservación de los recursos naturales renovables y, con ello, obtener un mejoramiento económico y social de la Humanidad, habríamos cumplido con el mandato que hemos recibido para esta convocatoria y a la vez con el objetivo fundamental de esta aplicación, la más humana de la Meteorología.

CRÓNICA

Primera Reunión de la Comisión de Meteorología Agrícola de la OMM, en París

A invitación del gobierno de Francia se celebró en París, del 3 al 20 de noviembre próximo pasado, la Primera Reunión del organismo del epígrafe bajo la presidencia de su titular el Ing. Agr. Juan J. Burgos. Prestigió el acto inaugural la presencia del Ministro de Agricultura de Francia, señor M. Olmi. Para la vicepresidencia de la Reunión fué electo el Ing. Agr. J. Sanson, delegado principal de Francia. El Sr. José M. Rubiato, Secretario Permanente de la Comisión, representó al Secretario General de la OMM y actuó como asesor del Presidente y como Secretario de la Reunión. Asistieron a la asamblea cincuenta y siete personas. Enviaron delegados veinte países miembros de la OMM: Bélgica, Brasil, Canadá, Dinamarca, España, Estados Unidos de Norte América, Francia, India, Irlanda, Israel, Italia, Noruega, Países Bajos, Polonia, República Socialista Soviética Ucraniana, Unión Sudafricana, Reino Unido, Territorios del África Oriental Inglesa, Unión de las Repúblicas Socialistas Soviéticas y República Dominicana.

Cinco Directores de Servicios Meteorológicos de países no miembros destacaron observadores. Asimismo, enviaron observadores la FAO y la UNESCO como ramas especializadas de las Naciones Unidas y seis organismos internacionales no oficiales: Sociedad Internacional de Biometría, Asociación Internacional de Meteorología, Asociación Internacional de Hidrología, Federación Internacional de Productores Agrarios, Unión Geográfica Internacional y Sociedad Internacional de la Ciencia del Suelo. Se hicieron presentes, además, dos expertos invitados por el Presidente de la Comisión.

Al finalizar la Reunión fué reeligido Presidente, para un nuevo período, el Ing. Agr. Juan J. Burgos, y elegido Vicepresidente el Dr. H. Geslin. A continuación damos una síntesis de los puntos tratados en tan importante asamblea.

Comité de Nombramientos. — Se integró con los delegados señores Blanc, Bleeker y Ramdas.

Comité de Redacción. — Fué compuesto por los delegados señores Arlery, Johannessen y Smith.

Comités de Trabajo. — Para asuntos generales se formó un comité «A» presidido

por el Sr. Johnson (EE. UU.), y para asuntos científicos y técnicos otro, «B», presidido por el Dr. Ramdas (India).

Comité de Coordinación. — Lo integraron el Presidente de la Comisión, los Presidentes de los Comités A y B, y el Secretario Permanente de la CMAg, quien actuó asimismo como Secretario de la Reunión.

Criterio aplicado.— El desarrollo de la asamblea se rigió por el Reglamento General de la OMM, artículos 56 al 71, no siendo necesario arbitrar disposiciones internas.

La traducción de documentos oficiales y la de las proposiciones verbales al inglés y francés quedaron a cargo del país huésped.

Las versiones del ruso al francés fueron realizadas por las respectivas delegaciones conforme al art. 82 del precitado Reglamento.

Los distintos puntos del Temario ocuparon la atención de los Comités de Tra-

y diez y nueve Recomendaciones relativas a diversos aspectos de su competencia. Se convino en que varios puntos de vista de la Comisión sobre diferentes asuntos fueran incluidos en el informe final de su Presidente en lugar de ser objeto de resoluciones o recomendaciones formales.

Las Resoluciones y Recomendaciones fueron aprobadas en su forma final. Se autorizó al Presidente a efectuar leves cambios en la redacción y proceder a la numeración final de ambas series de documentos.

Conforme con la Resolución 6 (CE-III), las Recomendaciones se clasificaron como sigue:



El Ing. Agr. Juan J. Burgos pronunciando su discurso de apertura. A la izquierda, el Ministro de Agricultura de Francia, Sr. M. Olmi; a la derecha, el Sr. A. Viaut, Representante Permanente de Francia ante la OMM.

bajo antes de ser tratados en asamblea plenaria.

Decisiones.— Se realizaron once sesiones plenarias. En el tiempo disponible sólo fué posible aprobar las Actas de las cuatro primeras sesiones plenarias. Las restantes siete quedaron para ser resueltas por correspondencia entre los miembros pertinentes.

La Comisión aprobó once Resoluciones

(i) Las que requieren urgente consideración por parte del Presidente de la OMM: Rec. 4. (CMAg-I).

(ii) Las que requieren ser cursadas a Asociaciones Regionales u otras Comisiones Técnicas antes de ser sometidas al Comité Ejecutivo: Rec. 6, 8, 13.

(iii) Las que deben ser consideradas directamente por el Comité Ejecutivo. Rec. 1, 2, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19.

A fin de asegurar la continuidad de las actividades de la Comisión, se crearon los siguientes Grupos de Trabajo, los que seguirán actuando hasta la Segunda Reunión: de Observaciones Meteorológicas para la Agricultura; de Efectos del Tiempo sobre Animales Domésticos; de Problemas relativos al Tiempo y las Enfermedades de las Plantas; de Asistencia Meteorológica en la lucha contra la Langosta; de Enseñanza sobre Meteorología Agrícola.

Apertura de la Reunión.— Abierta la Reunión por el Presidente de la Comisión, el Sr. Olmi, Ministro de Agricultura de Francia, dió la bienvenida a los delegados y observadores en nombre del gobierno nacional y formuló votos por su satisfactorio desarrollo. El Sr. Viaut, Director de « Météorologie Nationale » y Representante Permanente de Francia ante la OMM, habló a los convocados y recordó que cuatro décadas antes la primera reunión de la CMAg, dependiente entonces de la OMI, había tenido lugar también en París, bajo la presidencia de Alfredo Angot. Luego de leerse las notas recibidas del Presidente y del Secretario General de la Organización, el Ing. Burgos pronunció su mensaje presidencial abordando el tema « Evolución de la Meteorología Agrícola », cuya versión castellana aparece en otra sección de esta revista.

Informe del Presidente de la Comisión.— Fué aprobado y registrado en las actas.

Informe del Presidente de la Subcomisión de Fenología.— La reseña del Ing. Sanson fué aprobada, y la Subcomisión disuelta de conformidad con la Res. 35 (I) del 1er. Congreso.

Informes acerca de los recientes progresos científicos mundiales en el campo de la Meteorología Agrícola.— Se sometieron a consideración veinticinco documentos sobre el tema. Se convino en registrar los nombres de los países citados en dichas reseñas. La Comisión expresó su deseo de que la mayor parte de esa información se publicara en la nueva serie « WMO Technical Notes ».

Revisión de la competencia de CMAg.— El tema fué tratado por ambos comités de trabajo y en asamblea plenaria. Como resultado de las deliberaciones se aprobó la Rec. 1, que contiene un proyecto nuevo, substancialmente diferente de la actual competencia de la Comisión, concorde con la Res. 33 (I) Sec. 5 del Congreso, en el interés de evitar superposición de funciones entre la CMAg y otras comisiones técnicas de la Organización.

Consideración de la Res. 3 (CCL-I) proponiendo la fusión de la CMAg y la CCL.— Este controvertido tema fué discutido en asamblea plenaria luego de haber sido tratado por el Comité «A». Dieron su opinión todos los delegados, y al final la Comisión convino en la necesidad que tenía la OMM de contar con una Comisión Técnica individual, encargada de velar por la meteorología agrícola, que estimulara la investigación y mejorara los métodos de trabajo a la luz del progreso científico habido en ese campo. La Resolución fué aprobada. Los delegados de Canadá, Israel y Holanda expresaron reservas con respecto a la forma de redacción final.

Se propuso agregar un nuevo ítem a la Agenda, que podría titularse: « Sugerencias al Presidente de la Comisión para salvaguardar la individualidad de la CMAg », pero se consideró innecesario tal ítem en virtud de que el Presidente podría hallar argumentos suficientes en contra de la supresión de la Comisión apoyándose en las actas de esta Sesión.

Relaciones con las Asociaciones Regionales de la OMM.— En vista del creciente interés evidenciado por varias Asociaciones Regionales en la aplicación del saber meteorológico al desarrollo y progreso de las labores agrícolas, la Comisión consideró los métodos posibles para coordinar las actividades dentro del régimen de la OMM. Se insertó un párrafo en las actas solicitando al Presidente ofrecer plena asistencia a las Asociaciones Regionales.

Relaciones con las Comisiones Técnicas de la OMM.— No se tomó especial decisión sobre este punto del Temario. De varias cuestiones técnicas se dió traslado a la pertinente Comisión Técnica para su estudio.

Relaciones con la FAO.— La Comisión se hizo eco de la gran importancia de una activa y bien cimentada colaboración entre la OMM y la FAO en los numerosos campos de interés común, y la promesa de que tal colaboración se mantuviera en el futuro.

En el Anexo a la Rec. 4 se dió el bosquejo de las prestaciones que recíprocamente pueden solicitarse la OMM y la FAO. Se consideró, también, la urgencia de una colaboración entre los Secretariados de la OMM y la FAO en el desarrollo de bibliografías especializadas en sus respectivos campos.

Programa de la UNESCO para las Zonas Áridas.— Fué beneficiosa en la Reunión la presencia del delegado de la OMM ante el Comité Asesor de la UNESCO para

las Zonas Áridas, y del miembro de la UNESCO titular del Secretariado de dicho Comité Asesor. Luego de oír a ambos, la Comisión expresó su posición en los términos reproducidos como resúmenes de las actas de la 4a sesión plenaria.

Programa de ayuda técnica de la UN.— La Comisión tomó conocimiento de numerosos proyectos de ayuda técnica en agrometeorología, a cargo de la OMM en colaboración con la Administración de Ayuda Técnica de la UN. Se convino en incluir en las actas una mención estableciendo el interés de la Comisión en este programa.

Colaboración con organizaciones internacionales no gubernativas.— La atención de la Comisión recayó sobre la Res. 2 (CE-IV) que fija el procedimiento para establecer el estado de organismo consultivo con la OMM. La decisión incluida en las Actas de la tercera asamblea expresa los puntos de vista de la Comisión.

Tercer Año Geofísico Internacional (U. G. G. I.).— Se trató la participación de la OMM en la tarea del epígrafe y la inclusión de temas agrometeorológicos en el programa respectivo. Se aprobó la Rec. 7, que da énfasis a la importancia de los estudios sobre evapotranspiración.

Se admitió que la investigación sobre difusión del vapor de agua no tenía necesariamente que ser parte del programa del Tercer Año Geofísico Internacional, sino que podría quedar a cargo de Institutos e incluso ser estudiado por otras Comisiones Técnicas de la OMM. Se aprobó la Rec. 8 sobre el tema.

Estaciones agrometeorológicas. Tipos, ubicación, densidad de las redes, régimen de observaciones, equipo, etc.— El minucioso examen de las prácticas actuales en varios países, a la luz de los conocimientos proporcionados por los informes nacionales sometidos a consideración en relación con el Item 8, y por obra personal de los delegados presentes, llevaron a la asamblea a aprobar la Rec. 5. La necesidad de perfeccionar el instrumental de las estaciones agrometeorológicas se subraya en la Rec. 6, y la colaboración de CIMO se solicita por la Res. 5, con la finalidad de mejorar los métodos observacionales de las condiciones existentes en la baja atmósfera. La asamblea decidió establecer un grupo de trabajo para analizar estos requerimientos en favor de la agricultura (Res. 7).

Presentación de datos, cartas, información y pronósticos agrometeorológicos.— Se admitió que cualquier dato suministrado debería ser inteligible y útil para los destina-

tarios no meteorológicos. La Rec. 9 es expresión de dicho principio rector. En el Anexo a la Rec. 4, párrafo 2.1, se menciona una lista de rubros que pueden ser de gran valor para los agricultores.

Las Rec. 17 y 18 evidencian el interés de la Comisión en mejorar el servicio de pronósticos del tiempo para la agricultura.

Clasificaciones climáticas y agroclimáticas. Su enfoque y limitaciones.— La Comisión tomó conocimiento de la amplia demanda existente respecto a clasificaciones agroclimáticas. De las deliberaciones acerca de los métodos y criterio que hoy se aplican, y de las limitaciones y deficiencias de las clasificaciones existentes, se consideró que se podría dar alguna guía para la elaboración de tales clasificaciones y su representación (Rec. 20).

Influencias artificiales sobre tiempo y clima. Lluvia artificial, protección contra el granizo, heladas, etc.— Se prestó gran atención al estudio y discusión de este rubro, por incluir objetivos acerca de los cuales pueden darse consejos prácticos y recomendarse una acción definida.

Se discutieron en detalle los temas: influencias artificiales en la precipitación (Res. 4), protección contra daños por heladas (Rec. 14), protección contra vientos y control de aludes, así como de efectos microclimatológicos y biológicos de abrigos y rompevientos (Rec. 15). Recibieron asimismo especial atención los recientes desarrollos habidos en ambientes de clima controlado para almacenaje de productos agrícolas y para albergue de animales domésticos (Rec. 16).

El clima como factor natural de incidencia directa en la agricultura. Funciones del viento, el agua y la radiación solar.— La posibilidad y practicabilidad de usar el régimen eólico como fuente de energía para tareas rurales recibió especial atención, así como lo atinente a radiación solar, preservación de suelos, ciclo hidrológico, etc. No se dictaron, sin embargo, resoluciones ni recomendaciones específicas.

Aspectos meteorológicos de la lucha contra la langosta.— La participación creciente de los Servicios Meteorológicos en estudios y campañas atinentes a este tema se consideró como problema que exige acción inmediata y mayor investigación. La Rec. 13 subraya la necesidad de colaboración entre organismos y personas competentes en la especialidad, tanto en el ámbito nacional como en la esfera internacional. Se nombró un grupo de trabajo para concentrar datos y abocarse al estudio de los efectos de los elementos meteorológicos en relación con la langosta (Res. 10).

Observaciones biológicas con finalidad agrometeorológica. — Materias pertenecientes a este rubro fueron en realidad discutidas bajo otras denominaciones (Items 7, 11.3, 15, 16 y 18). Se consideró más adecuado incluir las decisiones de la Comisión en el Proyecto Provisional de Reglamento Técnico (Res. 2) que dictaminar sobre cada aspecto en particular. El permanente interés de la Comisión en extender el programa de observaciones biológicas necesarias en los estudios agrometeorológicos quedó evidenciado por la inclusión del párrafo *b)* bajo la rúbrica Recomendaciones en la Rec. 1, en la cual se propone la modificación del campo de competencia actual de la CMAg.

Determinación de las exigencias meteorológicas y climáticas de las plantas. — Se halló que los problemas incluidos en este rubro podían dividirse en dos categorías: por una parte, los problemas prácticos que requieren inmediata atención y sobre los cuales podría decidirse de manera sencilla y breve, fundándose en conocimientos y datos asequibles, y por otra parte, los problemas biofísicos fundamentales, que necesitan exactitud y solución integral.

Se enfatizó la necesidad de aplicar diferentes criterios e índices meteorológicos en las distintas etapas del desarrollo de las plantas, y que esta tarea estuviera a cargo no sólo de los agricultores sino de agrometeorólogos, o de éstos operando en colaboración con agrónomos (Rec. 11).

Aunque la solución ideal era el conocimiento de las condiciones óptimas para el crecimiento de los vegetales, se consideró importante, como primer paso, intentar la enumeración de las condiciones límites para ciertas especies, acerca de lo cual se votó la Rec. 12.

Se acordó unánimemente la esencial necesidad de un eficiente intercambio internacional de informaciones sobre el rubro (Res. 6).

Se tomó conocimiento acerca de la urgente necesidad de asistencia meteorológica en la esfera de la patología vegetal, y se designó un grupo de trabajo para afrontar su estudio (Res. 9).

Aclimatación de plantas de cultivo. — Fueron tratadas las condiciones atmosféricas adversas contra las cuales debe resistir el vegetal: sequía, frío, carencia de temperaturas suficientemente bajas durante el período de descanso invernal, vientos fuertes, vientos cálidos y/o fríos, salinidad excesiva, inundaciones, etc.

Luego de discutir los métodos actualmente en uso, tales como el pretratamiento de la semilla, selección de variedades, de origen, de fechas de siembra, métodos de

labranza y la provisión de protección física, se halló inoperante el formular recomendaciones específicas; se subrayó la necesidad del intercambio informativo.

Aplicación de la meteorología y la climatología a problemas de la vida animal. — Se admitió que se había trabajado menos en este campo que en el de la vida vegetal. Debieron considerarse diversos problemas acerca de si el estudio habría de realizarse sobre animales criados en ambientes artificiales o a campo libre. Entre los temas discutidos se destacaron: la elección de razas con relación al clima, el cruzamiento de razas de animales de latitudes templadas y tropicales, y el efecto de la temperie sobre la reproducción.

Con respecto al adecuado parámetro meteorológico con relación a la vida animal, se convino en que era menester tener idea más clara del concepto de « exposición ». Al efecto, se admitió que era digna de mayor estudio la combinación de dos o más elementos tales como viento y lluvia, viento y temperatura, y temperatura y humedad.

Para el estado actual de los conocimientos no pareció prudente formular una recomendación precisa, sino que la Comisión convino en que interesaba penetrar más en el tema y en que los agrometeorólogos deberían colaborar con los científicos dedicados a la investigación en el dominio de la cruce de razas animales, cría de animales y ciencia veterinaria. Se designó un grupo de trabajo (Res. 4).

Proyecto de reglamento técnico provisional. — La labor preparatoria para este importante instrumento regulador había sido hecha por el Ing. Burgos, Presidente de la Comisión, quien se había abocado al análisis de todas las resoluciones formuladas por la CMAg de la primitiva OMI, e incorporado algunas reglas nuevas, teniendo en cuenta los recientes progresos realizados en la materia y tratando de llenar vacíos en la serie de resoluciones de la OMI. Se dió entrada al proyecto como documento de trabajo (CMAg-I/Doc. 3), y constituyó la base de la labor del Comité «A». Comentarios y sugerencias fueron sometidos por los miembros de la Comisión en los Doc. 30, 42, 59 y 60. Al presentar el proyecto precitado (Res. 2), la Comisión dió explicaciones acerca del criterio seguido al trazar el Reglamento: evitar la interferencia de jurisdicciones con otras Comisiones Técnicas.

Hubo acuerdo en incorporar en las actas de la 8a. Sesión una declaración que contuviera aquellos párrafos del Doc. 3 que se consideraran más convenientes de incluir a modo de guía.

Aunque la Res. 2 fué sancionada por unanimidad, los delegados de Estados Unidos de Norte América y de Polonia presentaron formal reserva respecto a la aplicación de algunas de las normas recomendadas, si el Congreso las llegara a aprobar con vigencia para todos los Miembros de la OMM.

Información bibliográfica sobre meteorología agrícola.— Consideró necesario la Comisión recabar la atención de la CBP sobre la seria falta de información bibliográfica existente en el campo de la meteorología agrícola, y de particular manera en lo referente a materias afines que correspondería incluir en futuras bibliografías (Res. 6).

Ampliando el alcance de este Item, se señaló la necesidad concreta que existe en cuanto a la preparación y publicación de un manual o libro de texto que cubra el campo de la agrometeorología (Rec. 19). Se confió al grupo de trabajo a cargo de la Enseñanza de la Meteorología Agrícola (Res. 11) el estudio de un índice temático provisional para el manual propuesto.

Revisión de las resoluciones de la OMI relativas a agrometeorología.— Se designó

un reducido grupo de trabajo para estudiar toda Resolución relevante de la OMI aún en vigencia, conforme a la Res. 4 (I) del Congreso, con la finalidad de aconsejar la ratificación del contenido de algunas de ellas como nuevas decisiones de la OMM, y la derogación de otras en desuso o ya incluídas en las decisiones tomadas por la Comisión en su Primera Reunión. El grupo de trabajo informó directamente a la asamblea plenaria y fué aprobada la Rec. 2.

Reconocimientos.— El Presidente de la Comisión, Ing. Burgos, en nombre del organismo y en el suyo propio, agradeció al Gobierno de Francia las facilidades puestas al servicio de la Reunión y la generosa hospitalidad brindada a Delegados y Observadores. Hizo extensivas las muestras de su aprecio al señor A. Viaut, Director del Servicio Meteorológico de Francia y Vicepresidente 1º de la OMM, a cargo de quien estuvieron los preparativos del amplio programa desarrollado. Tales preparativos incluyeron no sólo la labor oficial impuesta por el Temario, sino incluso la organización de numerosas conferencias científicas y visitas a institutos de investigación, de sumo interés para los agrometeorólogos.

ACTUALIDADES

Actualización de la nómina de los miembros que integran, por parte de la Argentina, las Comisiones Técnicas de la OMM.— Por Decreto 7921, del 14 de mayo, el Poder Ejecutivo de la Nación designó a los integrantes de las Comisiones Técnicas de la Organización Meteorológica Mundial. La integración adopta la siguiente estructura, conforme al tenor de los artículos 1º y 2º del referido Decreto:

ARTÍCULO 1º — Confírmase por su carácter de Director General del Servicio Meteorológico Nacional al Capitán de Fragata (R) Don Carlos Núñez Monasterio, Representante Permanente de nuestro país ante la Organización Meteorológica Mundial, siendo en consecuencia agente de enlace normal entre el Organismo y el Gobierno Argentino.

ARTÍCULO 2º — Designase para integrar las Comisiones Técnicas de la Organización Meteorológica Mundial a los siguientes funcionarios:

Comisión de Bibliografía y Publicaciones (CBP): Doctor D. Martín Santiago Cappelletti, Don Demetrio Brazol e Ingeniero Don José Alberto Bosso (Ministerio de Asuntos Técnicos).

Comisión de Climatología (CCI): Ingeniero don Roberto Jorge Broqua (Ministerio de Aeronáutica), Capitán de Corbeta Don Luis María de La Canal (Ministerio de Marina) y Doctor Don Federico Jorge Prohaska (Ministerio de Asuntos Técnicos).

Comisión de Instrumental Métodos de Observación (CIMO): Teniente Coronel

Don Manuel José Olascoaga (Ministerio de Ejército), Don Osvaldo Francisco Canziani (Ministerio de Aeronáutica) e Ingeniero Don Jorge Augusto Francisco Petraglia (Ministerio de Asuntos Técnicos).

Comisión de Meteorología Agrícola (CMAg): Ingeniero Don Néstor Rene Ledesma (Ministerio de Asuntos Técnicos) e Ingeniero Don Armando Luis De Fina (Ministerio de Agricultura y Ganadería).

Comisión de Meteorología Sinóptica (CMS): Capitán de Corbeta Don Jorge Alberto Boffi (Ministerio de Marina), Don Héctor Nicomedes Grandoso (Ministerio de Aeronáutica) y Doctor Don Alf Maurstad (Ministerio de Asuntos Técnicos).

Comisión de Meteorología Aeronáutica (CMAé): Don José Eduardo Núñez (Ministerio de Aeronáutica), Teniente de Navío Don Guillermo Mackinlay (Ministerio de Marina) y Profesor Don Alfredo Aquilino Crespi (Ministerio de Asuntos Técnicos).

Comisión de Meteorología Marítima (CMM): Doctor Don Hermann Kurt Wolcken (Ministerio de Asuntos Técnicos), Capitán de Corbeta Don Luis María Iriart (Ministerio de Marina) y Don Jorge Horacio Suárez (Ministerio de Asuntos Técnicos).

Comisión de Aerología (CAe): Doctor Don Werner Schwerdtfeger (Ministerio de Asuntos Técnicos), Don Francisco Javier Antonio Lacaze (Ministerio de Aeronáutica) y Teniente de Navío Don Jorge Boudgouste (Ministerio de Marina).

RESEÑAS BIBLIOGRÁFICAS

LIBROS Y FASCICULOS

American Association for the Advancement. — *Centennial of Science, 1952.* (Washington). 081 (067.5).

La AAAC cumplió en 1948 su centenario, y con tal motivo realizó una reunión científica del 13 al 17 de septiembre de dicho año, en la ciudad de Washington. Allí se presentaron numerosas contribuciones en distintas disciplinas científicas, tan dispares como Ciencias Sociales, Nutrición, Educación, Problemas Sanitarios, Energía, Alta atmósfera, Recursos naturales, Genética, etc., pero con un denominador común: el progreso. Como dice E. U. Sinnott en el prefacio, el espíritu de lucha de los hombres de ciencia ofrece una de las más valiosas contribuciones que pueden brindar a un mundo que ha perdido en otros campos su afán constructivo de aventura.

En la sección sobre alta atmósfera, encontramos un artículo de C. G. Rossby y H. C. Willet, los dos conocidos meteorólogos, acerca de «The circulation of the upper troposphere and lower stratosphere» (551.513.1). Dicen los autores que desde mucho tiempo atrás se han propuesto esquemas idealizados para representar la circulación general, pero ninguno de ellos se ajusta adecuadamente a los datos observados por medio de radiosondeos, radar y mediciones de viento en altura. El propósito del artículo que reseñamos es, precisamente, puntualizar dichas discrepancias y ofrecer algunas observaciones críticas sobre la probable evolución del sistema de la circulación general. Lamentablemente el material observacional es todavía muy restringido en cantidad y deficiente en lo referente a distribución geográfica. Rossby y Willet estudian, hasta donde los datos lo permiten, el estado normal de la circulación general de la alta troposfera y de la baja estratosfera, en el Hemisferio Norte; los caracteres principales de las variaciones irregulares no estacionales de dicha circulación y por último intentan dar una interpretación conveniente del «patern» normal de la circulación en la zona de la tropopausa y de sus variaciones. El factor más importante es sin duda la existencia de un

extenso vórtice ciclónico circumpolar, cuya intensidad máxima se presenta justamente a la altura de la tropopausa, caracterizada por la presencia del viento del oeste denominado «jet stream». Esta corriente varía en intensidad y en latitud y sus características estacionales han sido representadas en cortes por S. L. Hess, gráficos que se reproducen en este trabajo con el análisis y consideraciones correspondientes.

En base a trabajos recientes de Palmén, Starr y de los autores del artículo, se analiza la explicación clásica de la circulación general y se la actualiza a la luz de nuevos conceptos dinámicos y térmicos.—R. M. Q.

Riehl, H., Y OTROS. — *Forecasting in middle latitudes.* American Meteorological Society, 1952. (Boston, Mass.) 551.509.3.

Esta importante publicación se refiere a la previsión del tiempo en base a los métodos de la meteorología sinóptica, a un plazo entre uno y tres días, máximo. Se trata de una descripción detallada de los conocimientos y procedimientos a disposición de los pronosticadores de EE. UU. o en otros países con una moderna red de observaciones aerológicas que permiten extender el análisis sinóptico, dos veces por día, hasta el nivel de 200 mb por lo menos. El primer capítulo habla de la metodología de la previsión del tiempo, haciendo resaltar el decisivo papel que corresponde a la construcción de mapas sinópticos pronosticados y a la determinación numérica (en vez de la estimación cualitativa) de los parámetros más importantes. El segundo se refiere al conjunto de conceptos y consideraciones que pueden conducir a la construcción de mapas de altura pronosticados a un plazo de 48 horas. En particular se trata de los distintos tipos de circulación en escala hemisférica y su variación; ondas largas en las corrientes predominantemente zonales; bloqueo y circulación cerradas en la altura; corrientes a chorro; ondas cortas. El tercero encamina en forma análoga hacia la construcción de un mapa pronosticado de superficie al plazo de 48 horas, refiriéndose en particular al proceso de ciclogénesis, el desplazamiento de sistemas béricos, alobéricos y frentes, y a las conside-

raciones que determinan la previsión de precipitaciones y de cambios de la temperatura. El último capítulo ofrece un ejemplo de la aplicación de los conceptos expuestos, con una situación sinóptica caracterizada por una corriente a chorro bien pronunciada. Un apéndice contiene, en 10 párrafos, explicaciones detalladas en cuanto a la construcción de gráficos y mapas auxiliares, al cálculo de la velocidad de las ondas largas, a las relaciones entre la variación de la presión en superficie y la de la vorticidad en la atmósfera libre, etc.— W. S.

Brooks, C. E. P., y Carruthers, N. — *Handbook of Statistical Methods in Meteorology*, 1953 (Londres). 551.501.45:519.2.

Un libro que es más que un manual, pues trata toda la estadística clásica y sus aplicaciones meteorológicas, ejemplifica cada capítulo, comprendiendo, aparte de lo ya indicado, el ajustamiento de curvas empíricas, el « smoothness », análisis armónico, periodogramas, etc. La tercera parte dedicada al estudio de series temporales, está escrita con claridad y es bastante completa en sólo 40 páginas. Es una verdadera contribución a la bibliografía sobre el tema. — E. A. M.

Milne-Thompson, L. M. — *Tratado de hidrodinámica teórica*, 1951 (Madrid). 532.51.

La feliz circunstancia de que autor y traductor estuviesen unidos por el doble vínculo de la amistad y la profesión, ha permitido que la edición castellana que se comenta presente ciertas mejoras respecto de la original.

La característica de este importante tratado de hidrodinámica teórica, o sea de la dinámica de los flúidos, en la que desprecia las fuerzas reactivas debidas a los rozamientos, consiste en haber reemplazado los desarrollos matemáticos tradicionales, adoptando en su lugar la notación vectorial, lo que permite, conservando todo el rigor, condensar los rozamientos y al mismo tiempo hacerlos más ágiles e intuitivos. — M. G. O.

Marshall, W. A. L. — *A Century of London Weather*, 1952 (Londres). 551.506.3 (421).

Reúne las principales características del tiempo londinense durante los últimos 109 años de modo de obtener referencias rápidamente. Presenta resúmenes mensuales, estacionales y anuales de temperatura, lluvia, sol, etc., siendo interesantes las obser-

vaciones de la zona comprendida entre Hampstead, Croydon, Richmond y East Ham. Compara las observaciones diarias de las condiciones de visibilidad tomadas por el Ministerio del Aire en Kingsway durante el período 1941-46 con las tomadas por los Observatorios de Greenwich, Kew y el aeródromo de Croydon, y su relación a las mismas condiciones hace 50 años. Da el resultado de los valores diarios de la temperatura máxima comparada con el promedio estacional según los períodos templados y fríos de Buchan, examinando si existe un grado apreciable de regularidad. Presenta también resúmenes del tiempo del Observatorio de Kew desde 1871 y del de Greenwich desde 1841 a 1870. Al final del libro los diagramas mensuales, estacionales y anuales permiten comparar una época determinada con el promedio y también unas con otras. — M. E. A.

REVISTAS Y PUBLICACIONES SERIADAS

Anales de la Sociedad Científica Argentina, CLV, feb. 1953, Buenos Aires.

Díaz, Emilio L. — « La campaña antártica 1951-1952 ». 91(04)(99).

Conferencia pronunciada en la Sociedad Científica Argentina el 18 de junio de 1952.

El conferenciante, comandante del Grupo de Tareas Antártico, hace una breve reseña de actividades antárticas realizadas con anterioridad y que datan desde 1818 para luego explicar con detalle la campaña 1951-1952, en su organización, actividades científicas y generales desarrolladas, la vida en los destacamentos y una referencia especial a los hechos en Bahía Margarita. — E. C. B.

Geofysiske Publikasjoner, XVIII (6), 1952 (Oslo).

Kaare, L. — « On the amount of atmospheric ozone and its relation to meteorological conditions ». 551.510.534.

Después de pasar revista a lo publicado sobre el tema desde el año 1938, el autor de este importante trabajo estudia los datos sobre ozono atmosférico que han sido obtenidos durante un período de aproximadamente 10 años (hasta 1949) en los observatorios de Doombas-Oslo, Arcea, Aarhus, Zi-ka-wei y de otros observatorios con menor duración de registro, todos de diferentes latitudes del hemisferio norte. Se informa previamente sobre los métodos e instrumentos empleados, que sumariamente describe y cuyas fuentes de error

puntualiza, deduciendo que los cambios observados en la cantidad de ozono son reales.

Su finalidad principal es el estudio de la distribución del ozono en la atmósfera, de sus variaciones y de sus relaciones con las condiciones meteorológicas, que son a su criterio los que más importan. En efecto, las variaciones y distribución del ozono quedarían explicadas en su mayor parte por los movimientos de aire que tienen lugar en las tres capas en las que considera dividida la totalidad del espesor de ozono; debidos a la circulación general de la atmósfera, a transporte horizontal, inclusive zonal, y a desplazamientos verticales de distinto tipo, y sus variaciones.

Se cree poco probable un equilibrio fotoquímico en la totalidad de la capa de ozono, y que el aumento de temperatura en la capa (10-25 km), la pasar del ecuador al polo, sea debido exclusivamente a la distribución del ozono por latitud.

Se trata también de correlacionar la ocurrencia de « mother pearl clouds » con la cantidad de ozono, creyéndose que dicha ocurrencia y el bajo valor de ozono correspondiente tienen las mismas causas.— C. A. M. M.

Revista de Geofísica, X (39), jul.sept. 1951 (Madrid).

San Román Rouyer, Y. de. — « Meteorología y climatología en la salud y en la enfermedad ». 551.586:616.

Luego de una somera introducción sobre los antecedentes mundiales acerca de la meteoroclimatología, destacando las dos tendencias principales actuales de los estudios meteoropatológicos: una de carácter sintético (Petersen) y otra analítica (Mills), se exponen los trabajos de Curry en Suiza, los que han tenido gran repercusión internacional. Manfred Curry luego de estudiar el influjo de distintos elementos meteorológicos (presión, campo magnético, rayos cósmicos, ionización), dirigió sus experimentos en el sentido de investigar la influencia de los elementos químicos presentes en el aire (amoníaco, iodo y ozono en especial). En contraposición con los resultados negativos obtenidos con los dos primeros elementos estados, observó que la atmósfera está dotada de un gran poder oxidante capaz de producir la misma reacción química que origina el ozono, pudiéndose demostrar ese poder por su acción sobre una solución neutra de yoduro potásico. Llegó por último a proyectar un aparato capaz de determinar por un procedimiento colorimétrico el poder de oxidación de la atmósfera, valorado en gammas de ozono por metro cúbico de aire. Al alcanzar

un determinado punto en sus investigaciones, Curry y sus colaboradores llegaron a dudar de si era el ozono la substancia oxidante que se valora en la atmósfera, duda que se suscitó porque en las experiencias efectuadas no se percibía el olor característico de aquel elemento. Esta idea quedó corroborada por otros ensayos (método de Paneth) y dió origen a la suposición de la existencia de otro elemento desconocido que Curry llamó « arán ». En el trabajo que comentamos se reproducen gráficos y resultados obtenidos luego de efectuar 200.000 mediciones mostrando la marcha diaria, la distribución en diversas zonas, los efectos psicológicos, la terapéutica comprobada en la cámara climática y por último la reacción frente al « arán » de los biotipos de distinta sensibilidad.— R. M. Q.

Azpiroz Yoldi, M. — « Sobre el flujo horizontal en la atmósfera », 551.557.2.

El autor cita un trabajo de Mc Vittie en el que se da la ecuación del viento de gradiente en función de los valores de las coordenadas y fuerza de coriolis en el centro de una depresión y el gradiente de presión en el punto considerado cuando la superficie está referida a una red de curvas octogonales utilizando el cálculo tensorial. Generalizando esta ecuación en el caso de una isobárica circular, se calcula la variación de la velocidad del viento a lo largo de la trayectoria y se obtiene, como era de esperar, que la velocidad crece cuando la latitud decrece.

En la segunda parte del trabajo, se calcula el caudal de aire que circula entre dos isobáricas y se da su separación en función de la curvatura de la trayectoria y de la latitud cuando la diferencia de presión está dada.— E. L. S.

Journal of Meteorology, X (3), junio 1953 (Lancaster, Pa.).

Weickmann, H. K., y Kampe, H. J. — « Physical Properties of Cumulus Clouds ». 551.576.1.

Se han hecho mediciones del tamaño de las gotitas y sobre la visibilidad a distintos niveles en la base de las nubes cúmulus, en sus distintos tipos. Estos datos permiten el cálculo correspondiente del contenido de vapor de agua y concentración de las gotitas. Se ha encontrado que el espectro de las gotitas en cúmulus de buen tiempo es angosto mientras que el espectro en cúmulus congestus y cumulonimbus son muy anchos, con gotitas cuyo radio alcanza a 100 μ . La concentración de las gotitas decrece con la altura sobre la base, sugi-

riendo la acción de un proceso eficaz de coalescencia. Los valores mínimos de visibilidad se encuentran a una altura de 2000 m sobre la base.

Parece que la coalescencia de las gotitas en las nubes es un proceso importante en la formación del espectro de las gotas. — E. C. B.

The Marine Observer, XXIII (160), abril 1953 (Londres).

Robin, G. de Q. — « Queen Maud Land Expedition. 910.4 (99).

Se realizaron radio-sondeos y radio-vientos diarios sumando en total unas 650 ascensiones cubiertas entre marzo 1950 y diciembre 1951. Conjuntamente se hicieron estudios de radiación entrante y saliente en superficie, y gradientes de temperatura y viento para tener una idea mejor del balance de valor entre la nieve y la atmósfera de estas regiones. Las bajas temperaturas experimentadas durante las noches con cielo claro estaban confinadas notablemente en los niveles más bajos de la atmósfera. Se midieron diferencias de temperaturas de hasta 11° C entre el tope y la base de un mástil meteorológico de 10 m de altura; y fueron muy frecuentes efectos asociados de espejismo. La temperatura mínima registrada en Maudheim fué de -46.7° C aunque fueron comunes temperaturas invernales de -40° C. Durante el invierno, las depresiones pasan al norte de la base causando vientos fuertes y temperaturas de -18° C a -23° C, con vientos que varían entre 50 y 10 km por hora.

Los trabajos glaciológicos cerca de la base arrojaron luz sobre el shelf-ice. Nivelaciones precisas indicaron que la altura de la superficie del shelf-ice con respecto al nivel del mar permaneció prácticamente constante, a pesar de la acumulación de nieve anual equivalente a unos 40 cm de hielo. Esto se explicaría por una dispersión de la superficie del shelf-ice, como se comprobó mediante una red de estacas. Otros trabajos glaciológicos incluyeron mediciones de temperaturas del hielo hasta 110 metros de profundidad.

Parece que en un pasado remoto, el hielo cubría las montañas de la región, pero existen pruebas de que recientemente no ha habido retroceso de los glaciares. El espesor del hielo, medido con ondas sonoras, varía entre 280 m cerca de la costa y 2600 m sobre la meseta.

Se hicieron pronósticos meteorológicos utilizando observaciones provenientes de buques-factorías transmitidas en clave secreta.

Los resultados adicionales incluyen es-

tudios detallados de la adaptación del hombre a climas fríos, mediciones de variaciones del campo magnético terrestre y fotografía de algunas auroras. — J. A. B.

Geofísica e meteorología, I (1), en.-feb. 1953 (Génova).

Ranzi, I. — « Una spedizione all'Antartide Occidentale per lo studio della ionosfera ». 910.4(99):551.510.535.

La marina de guerra argentina realiza cada verano una expedición a la zona antártida con el objeto de relevar al personal del destacamento naval allí existente. Esta expedición lleva también finalidades científicas. A propuesta del Dr. Ivo Ranzi, profesor de física superior de la Universidad de Florencia y asesor en cuestiones ionosféricas de la armada argentina, se decidió instalar un equipo para estudios ionosféricos en la base de la Isla Decepción (63° S, 60.7° W). El profesor Ranzi se encargó de dirigir la construcción de los aparatos en los talleres del Ministerio de Marina y de su instalación en la Antártida efectuada en enero de 1951. En el artículo que comentamos, el Prof. Ranzi describe el aspecto físico de la Isla Decepción y de las regiones vecinas, acompañando dicha descripción con dos ilustraciones de su mano. Decepción es una isla formada por el cráter de un enorme volcán submarino. Varias fumarolas, dispersas por la isla y el elevado gradiente geotérmico, demuestran la existencia de cierta actividad volcánica. Se tiene noticia de fuertes movimientos sísmicos ocurridos a fines del siglo pasado y de varias manifestaciones volcánicas observadas por expediciones balleneras. La zona antártica occidental es la única sobre la tierra que posee una latitud relativamente elevada, con una inclinación magnética baja: en Decepción, con 63° de latitud S, la inclinación es de tan sólo 56° S. Dada la fuerte influencia que el campo magnético terrestre ejerce sobre la distribución de la densidad electrónica de la región F₂ (la más alta de las capas ionosféricas), las observaciones en esta zona presentan el mayor interés. La instalación de una estación ionosférica allí tiene mucha importancia pues hasta el momento de realizarla sólo se contaba en el continente sudamericano con la de Huancayo, sobre el ecuador geomagnético; la de los ingleses en las islas Malvinas (51.7° S), desde enero de 1949, no automática, y cuyo funcionamiento era algo irregular; y la de Buenos Aires perteneciente al Ministerio de Marina, con equipo automático, que funcionaba desde febrero de 1949. Formó parte de la expedición el especialista en magnetismo terrestre del Observatorio Astronó-

mico de Eva Perón, doctor Leónidas Slaucitajs, quien efectuó una gran serie de medidas geomagnéticas en las islas Decepción y Melchior. — D. Z.

La Nature (3216), abril 1953 (París).

Schwob, Y. — « Hygrometre a membrane semi-perméable ». 551.508.71.

Se hace un breve comentario sobre la propiedad que, en ciertas condiciones, tienen las películas de celulosa regenerada de resultar perfectamente semipermeables al vapor de agua. Mientras que, en fase gaseosa seca, estas membranas son rigurosamente impermeables a todos los gases neutros, en particular a los gases atmosféricos; se dejan, en cambio, atravesar libremente por el vapor de agua.

Se describen experiencias que demuestran cómo se pueden aplicar estas propiedades a las determinaciones higrométricas y de una manera especial a la medida directa de presiones parciales del vapor de agua de los gases.

Se explica un higrómetro absoluto, basado en este principio presentado en dos formas distintas. — E. C. B.

Weather, VIII (5), mayo 1953 (Londres).

Ashford, O. M. — « The First International Meteorological Conference. Bruselas, 1853 ». 551.5:06 « 1853 ».

Con motivo de cumplirse el 23 de agosto de 1953 el centenario de la Primera Conferencia Meteorológica Internacional, realizada en Bruselas, con la asistencia de representantes de 10 países la mayoría de los cuales pertenecían a la Marina, en este artículo, el autor, que reseña los propósitos adoptados en la misma, llama la atención sobre el hecho de que se consideraron entonces temas que siguen siendo todavía de actualidad. — E. C. B.

Science Progress, XLI (163), julio 1953 (Londres).

De Lisle, J. F. — « Numerical weather forecastings ». 551.509.3.

En 1922, L. F. Richardson encaró por primera vez en su libro « Weather prediction by numerical process » el problema de formular un pronóstico del tiempo mediante la resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales. Luego de los primeros ensayos, cuyos resultados fueron inciertos por la escasez de datos y la falta de elementos adecuados de cálculo, pasaron muchos años hasta que varios investigadores (Charney, Eady, etc.) retoman el problema en base a una serie de modelos teóricos de complejidad creciente. Con el auxilio de las mo-

dernas máquinas electrónicas se han efectuado pronósticos a 24 horas, mediante la resolución numérica de las ecuaciones básicas. En este artículo se esbozan dichas ecuaciones y se citan los trabajos más recientes sobre el tema. — R. M. Q.

Nature, 171 (4348), febrero 28 de 1953 (Londres).

« Humidity of the upper troposphere and stratosphere ». 551.5717 : 551.508.71.

Este breve artículo destaca las dificultades que se oponen a la medición de la humedad a bajas temperaturas, mencionando que han sido superadas en parte mediante la utilización de un higrómetro de punto de congelación, ideado por Dobson y Brewer, en base al principio del higrómetro de Regnault. Las determinaciones efectuadas con este instrumento en una serie de 130 vuelos han permitido establecer que la humedad relativa baja bruscamente (en promedio) desde 40 % en la tropopausa a sólo 5 %, 3000 m más arriba.

Se señala que para grandes alturas el aparato utilizado tiene el inconveniente de su gran peso. Barrett y Herndon, en EE. UU., han llegado hasta 30.000 m con un higrómetro automático del mismo tipo cuyo peso es de 46 libras. — R. M. Q.

Nature, 171 (4343), enero 24 de 1943 (Londres).

« Physics of the high atmosphere ». 551.587.

Se comenta la sesión sobre física de la alta atmósfera efectuada en Belfast por la British Association. El problema fué abordado desde cuatro puntos de vista: pasivo, activo, el de observación directa y el de investigación teórica. El pasivo corresponde al estudio de dichos fenómenos mediante observaciones terrestres (análisis espectrográfico, señales radioeléctricas, etc.). El Dr. S. Singer, científico estadounidense, se ocupó de exponer los resultados obtenidos por medio de cohetes. En lo que respecta a las leyes fundamentales que rigen en la alta atmósfera, poco es lo que aun se conoce con certeza al respecto, salvo lo referente a la estructura, vale decir, parámetros físicos y composición. — R. M. Q.

Abhandl. d. Met. und Hydr. Dienstes der DDR, III (17), 1953 (Berlín).

Beelitz, P. — « Aerologisch - synoptische Kritik an den Radiosonden-Aufstiegen in der DDR ». 551.506.751.508.822.

El autor expone un estudio crítico de los posibles errores de dichos radiosondeos. En este conjunto menciona en forma deta-

llada el funcionamiento de cada elemento sensible, los métodos de calibración y sus posibles fallas, inclusive el fenómeno de la variación temporal de las curvas de contraste. El trabajo contiene también interesantes anotaciones históricas y una bibliografía cuantiosa. — W. S.

Science News Letter, 63 (13), marzo 28 de 1953 (Washington).

« Speed Forecasting Time ». 551.509.3.

Se comenta el llamado método numérico de pronóstico, realizado mediante el calculador electrónico. El Dr. Jule Charney, del Institute for Advanced Study de Princeton, reveló, en una reunión de la American Meteorological Society en Atlantic City, N. Y., haber logrado, mediante el « centro electrónico », la obtención de un pronóstico usando tres cortes horizontales de la atmósfera. En la misma reunión se declaró que alguna modificación en la fórmula usada en pronósticos numéricos sobre una base de 24 horas puede usarse para predecir el tiempo sobre mayores períodos de tiempo. — E. C. B.

Rivista di Meteorologia Aeronautica, XIII (1), enero-marzo 1953 (Roma).

Di Benedetto, Felice. — « Il metodo di Scherhag per la costruzione della carta generale prevista per 24 ore ». 551.509.31.

Luego de considerar las distintas teorías sobre las concepciones actuales de las variaciones de la presión en la superficie, se describe el método de Scherhag para construir un mapa de pronóstico de superficie para 24 horas.

Con el objeto de facilitar la comprensión de lo expuesto, se ilustra la exposición teórica con un ejemplo práctico. — E. C. B.

Bulletin Association Internationale d'Hydrologie Scientifique, I (32), 1951 (Lovaina).

Hoeck, E. — « Rapport du comité pour la mesure des précipitations ». 551.577:551.4(047).

El hecho verificado de que las precipitaciones caídas sobre terrenos inclinados difieran de las caídas sobre terrenos horizontales fué el origen de la comisión especial que la Asociación Internacional de Hidrología Científica constituyó para es-

tudiar este problema. Mediante circular se consultó a 23 institutos de 14 países y, a pesar de existir algunas discrepancias entre las opiniones de hidrólogos y meteorólogos, se propone que la precipitación siga midiéndose en la forma tradicional. En las laderas expuestas a vientos lluviosos es aconsejable usar pluviómetros con abertura paralela a la pendiente. — M. G. O.

Bulletin of the American Meteorological Society. Vol. 33, N° 9, noviembre 1952 (Lancaster, Pa.).

Stone, R. G. — « Symposium on Coordinating Meteorological Research and Weather Forecasting ». 551.509.

En este artículo se reúnen las opiniones de varios especialistas en meteorología sobre las investigaciones meteorológicas coordinadas y el pronóstico del tiempo. Establecen todos ellos la necesidad de una mayor compenetración de las dos ramas de la meteorología, la teórica y la práctica. Es decir, que los investigadores frecuentes y actúen en los lugares de pronósticos y los pronosticadores en los de investigación teórica, que conduciría a una mayor comprensión de los problemas de ambas partes. El profesor H. Riehl propone un plan de labor. — N. Z. G.

Research paper (Weather Bureau), N° 35, octubre 1952 (Washington).

Tepper, M. — « The application of the hydraulic analogy to certain atmospheric flow problems ». 551.511.

Se trata de la naturaleza de la analogía hidráulica aplicada en el estudio de dos líquidos estratificados. Se introduce una « atmósfera de tres capas » indicando su equivalencia con el modelo de los dos líquidos. Se discuten las hipótesis básicas contenidas en el modelo atmosférico revelándose algunas de sus deficiencias. Tepper muestra que adoptando la analogía hidráulica se puede considerar una « squall line » prefrontal (la que es un caso particular de su nueva clasificación « pressure jump line »), como una analogía con el salto hidráulico o el choque de ondas en corrientes gaseosas. En el resumen final se hacen sugerencias relativas a la inclusión de la teoría discutida en este folleto, en el análisis diario del tiempo. Se indican nuevos alcances que podría tener la aplicación de la analogía hidráulica. — E. C. B.

DIRECCION GENERAL
DEL
SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL
PASEO COLON 317 — BUENOS AIRES
(REPUBLICA ARGENTINA)

Precio
del ejemplar:
10 pesos m/n

PALUMBO
BS. AIRES